COMPTES RENDUS
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 JUILLET 1947.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS BLARINGHEM.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation des décrets, en date du 23 juin 1947, portant approbation des élections que l'Académie a faites de MM. **Godfrey Harold Hardy** et **Albert Francis Blakeslee**, pour occuper les places d'Associés étrangers, vacantes par le décès de MM. *Thomas Hunt Morgan* et *Simon Flexner*.

Il est donné lecture de ces décrets.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Raphael Salem**, Professeur au « Massachusetts Institute of Technology » qui assiste à la séance.

M. le **Président** informe l'Académie qu'à l'occasion de la Fête Nationale, la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 16 juillet au lieu du lundi 14.

M. le **Président** rendant compte de sa mission au deuxième centenaire de *Princeton University*, s'exprime en ces termes :

Le 1er janvier 1946, MM. Harold W. Doods, Président, Walter E. Hope, chef du Comité Board of Trustees, Robert K. Root, Doyen de la Faculté de *Princeton University* (New Jersey), annonçaient, dans une adresse aux Institutions d'Enseignement supérieur du monde entier, que l'année scolaire 1946-1947, celle du *Bicentennial* était une étape décisive dans l'Histoire.

« Depuis les jours de Witherspoon et Madison, Princeton University s'est attaché aux idéaux de liberté de pensée et de noble ardeur. En 1896, en célébrant notre cent-cinquantième anniversaire, la voix de l'un des illustres fils de Princeton, Woodrow Wilson, donna le sens profond du devoir national dans la phrase « Princeton au Service de la Nation ». A l'aube de ce troisième centenaire, Princeton University renouvelle son attachement aux mêmes idéaux.

« Princeton propose, en consultant tous les intellectuels du monde, d'appliquer notre savoir commun, nos connaissances particulières, notre sagesse à l'examen renouvelé des obligations fondamentales du Haut Enseignement vis-à-vis de la Société humaine, espérant contribuer ainsi au développement progressif de l'accord entre toutes les nations et à la construction d'un monde libre et pacifique. »

Plus de 450 Institutions ont adhéré à cet appel ; leurs délégués, plus de 250 des États-Unis d'Amérique, 153 des Nations étrangères ont défilé en grand apparat, à deux reprises et sous un ciel radieux, dans les cours et les places publiques de Princeton. En ordre sur deux rangs, ils ont pris place dans la salle, où, à l'appel de leur qualité et de leur nom, ils ont déposé l'adresse de leur Compagnie. La France, avec 17 délégués, y fut chaleureusement acclamée et l'uniforme de l'Institut cent fois photographié.

Le 17 juin, c'est l'adresse du Président de l'Université, la présentation au Président Truman des élus au degré de Docteur honoraire et l'investiture aux couleurs du grade : M. Ben Morell, ès ingénieur, Amiral au cours de la récente guerre, 8 docteurs ès sciences dont notre confrère Walter Sydney Adams, vice-président de l' « International Astronomical Union », le chimiste Wendell Meredith Stanley, prix Nobel (1946), le microbiologiste Selman Abraham Waksman, depuis 1937 correspondant de notre Section d'Économie rurale, enfin, gradué en droit, notre confrère le Cardinal Eugène Tisserant.

A Princeton, au cours de l'année scolaire, des conférences mensuelles montrent, par leurs titres, la diversité des enseignements et des préoccupations : Avenir de la science nucléaire, Chimie et physiologie de la croissance, Technologie et progrès de l'art de l'ingénieur, Évolution des institutions sociales en Amérique, Développement de la société internationale, Traditions humanitaires contemporaines. L'Université et ses responsabilités dans l'organisation du monde (discussion d'un thème préparé par Son Excellence Henri Bonnet), l'Éducation universitaire et le service public sont les sujets repris avec le Rôle des non gradués dans la vie universitaire, dans l'Examen des responsabilités de l'éducation secondaire ; ils s'intercalent dans des études sur les mathématiques, sur la génétique, y compris la paléontologie et l'évolution.

Une même discipline philosophique, une même activité scientifique, surtout pratique, animent les élèves et les maîtres dans la recherche de solutions aux problèmes actuels.

La nature en fête, ou le devoir tracé, les deux, certes, ont conquis les délégués étrangers qui, sans transition, ont fait partie de cette grande famille, de cette noble Université qui est le moteur bien réglé de l'activité intellectuelle des États-Unis ; n'y entre pas qui n'est pas digne d'y vivre, et les exclusions pour fautes légères sont à craindre. Mais aussi quel changement en vingt-cinq années ! Je m'y trouvais à Pâques 1919, en mission de l'Université de Paris, et j'ai retrouvé en bonne santé le Professeur de génétique et de botanique, M. Géo Harrison Shull qui y cultivait en masse les Œnothères de Hugo de Vries et mes Bourses à Pasteur à bonnet d'évêque. A 6^{km} du Campus, Mme René Léon et M. le Commissaire m'offraient une hospitalité qui me permit d'étudier leurs réussites horticoles et ménagères, de visiter une ferme modèle, d'examiner le bétail et les volailles de race, de noter les applications des découvertes les plus récentes pour la conservation du lait et des légumes.

A New York, une réception brillante du Conseiller culturel près l'Ambassade de France, M. Claude Lévi-Strauss, des services, inappréciables pour le retour, de notre Consul M. Chancel, une longue conversation et le panorama de New York la nuit chez notre confrère M. James Hazen Hyde, m'ont été offerts. Ces hautes personnalités ont acquis des droits imprescriptibles à la reconnaissance et à la collaboration active de votre délégué.

M. Caullery s'exprime en ces termes :

La Conférence internationale pour la protection de la Nature, à laquelle avaient été délégués par l'Académie MM. R. Heim, Ph. Guinier et moi-même, a eu lieu à Brunnen (Suisse) du 28 juin au 3 juillet. Cette conférence réunissait des délégations de nombreux pays et elle a donné lieu à des discussions étendues et approfondies.

Elle a abouti à des résultats concrets et importants, en rédigeant et adoptant à l'unanimité une Constitution pour une *Union internationale pour la protection de la Nature*. La Ligue Suisse pour la protection de la Nature est chargée de transmettre ce texte à l'UNESCO, qui, à son tour, le soumettra aux divers gouvernements et convoquera à Paris, en juillet 1948, un Congrès international, habilité pour donner à la Constitution adoptée à Brunnen un caractère définitif.

La Conférence a été suivie d'une excursion au Parc National suisse, situé dans la haute montagne, sur la rive droite de la vallée de l'Inn. La délégation ne saurait assez remercier la Ligue Suisse pour la protection de la Nature de la cordialité qui lui a été témoignée dans cette réunion.

Notice nécrologique sur Henri Vallée (1874-1947), par M. Emmanuel Leclainche.

Henri Vallée est né à Dijon, le 16 juin 1874.

A sa sortie du Lycée, le baccalauréat obtenu, il décida d'entrer à l'École

d'Alfort, sans vocation marquée, et sans doute en raison des facilités d'obtention d'une bourse d'études.

Il interrompt sa scolarité pour effectuer le service militaire requis et il est incorporé dans le Régiment d'Infanterie de Dijon. C'est là qu'il est l'innocente victime d'un pénible accident. Atteint d'une fièvre scarlatine grave, avec des signes évidents de néphrite, il n'est pas reconnu malade par un médecin ignorant et brutal qui le contraint à un exercice en campagne en plein hiver. C'est par miracle qu'il échappe à la mort; mais sa santé est définitivement compromise.

Vallée sort de l'École d'Alfort le premier de sa promotion, en 1897. Les lourds programmes d'un enseignement professionnel ne correspondent nullement aux goûts littéraires et artistiques du jeune étudiant. Il ne peut consacrer que de trop courts instants à la musique qui restera la grande passion de sa vie. Il ne s'intéresse vraiment à ses études que vers la fin de sa scolarité lorsqu'il trouve, en la personne de Nocard, un maître qui le séduit par l'intelligence et l'élévation de son enseignement; Nocard a discerné bien vite la valeur de son élève. Aucun poste n'est vacant dans le cadre enseignant; il le conserve donc près de lui au titre d'assistant bénévole et il ne s'en sépare que pour l'envoyer à Toulouse où j'eus la chance de l'accueillir.

Les quelques années passées à Toulouse comptent sans doute parmi les meilleures de sa vie. Il y est cordialement reçu, et il séduit tous ceux qui l'approchent par ses qualités de cœur et d'esprit. C'est là qu'il fonde une famille et une vie heureuse paraît s'ouvrir devant lui.

Cependant, Vallée n'a pas oublié les liens qui l'attachent à son premier maître. En 1901, une place devient vacante à Alfort. Vallée estime que son devoir l'y appelle. Il quitte Toulouse, non sans peine. Il y a bien travaillé, et il sait combien son départ y est regretté.

Vallée retrouve à Alfort de puissants moyens de travail, mais aussi un esprit bien différent. Nocard a le grand tort d'être très supérieur à ceux qui l'entourent, et c'est là un crime qu'on ne pardonne guère en notre pays de France. Vallée devait d'ailleurs connaître le même destin.

En 1903, Nocard meurt prématurément, et Vallée hérite de sa chaire après un concours très brillant. S'il a perdu à la fois un maître et un ami, il retrouve l'un et l'autre en la personne d'Émile Roux, et c'est dès lors au grand Pastorien qu'il se consacre. Il fréquente assidûment la maison de Pasteur et, jusqu'à la fin de sa vie, il conservera pieusement le souvenir ému de ce qu'elle était en ces temps heureux.

Vallée recueille sans défaillance le lourd héritage d'un maître éminent. Il se révèle aussitôt comme un magnifique enseignant et un brillant expérimentateur.

En 1911, la direction de l'École d'Alfort devient vacante; la notoriété de Vallée l'impose au choix du Gouvernement et il accepte cette charge nouvelle avec l'espoir, ou l'illusion, de réaliser des réformes dont il a pu apprécier la nécessité et l'urgence. Après neuf ans d'efforts, il abandonne cette tâche ingrate

et, en 1920, il prend la direction du Laboratoire de Recherches qui vient d'être créé. L'École perd un professeur d'une valeur inestimable, mais au moins le savant va être à même de poursuivre ses recherches, et il réalisera dans sa situation nouvelle une série de remarquables travaux.

Neuf années plus tard, Vallée, malgré l'expérience du passé, cède à nouveau au devoir qui incombe au technicien de diriger l'application des méthodes nouvelles de la prophylaxie, et il accepte une direction administrative au Ministère de l'Agriculture.

Cette fois encore, ses généreuses intentions sont méconnues, et il doit reconnaître l'impossibilité de réaliser le programme qu'il s'était fixé. Il lutte pendant quatre années et, en un jour fatal de l'année 1933, il est frappé d'un mal qui le contraint à un repos définitif.

Ce fut ensuite la lente et inexorable progression d'une maladie qui respecte, et l'on ne sait si l'on ne doit pas le déplorer, l'intégrité de sa belle intelligence. Son long martyre n'est adouci que par l'infini dévouement d'une compagne admirable.

Vallée est mort à Dijon le 12 mars 1947.

L'œuvre scientifique de Vallée est considérable et elle intéresse à la fois l'économie rurale et la pathologie générale.

Il constate, avec moi, que la bactérie de Chauveau élabore une toxine spéciale et que, sous certaines conditions, il est possible d'obtenir un sérum à la fois anti-microbien et anti-toxique, nettement préventif et même curatif.

L'étude de la toxine lui montre qu'il est possible d'obtenir l'immunisation avec des vaccins dépourvus de toute virulence par une simple addition de formol à la culture. C'est ce procédé qui sera appliqué plus tard, avec un succès retentissant, à la préparation du vaccin contre la fièvre aphteuse. Il montre que la supercentrifugation aboutit au même résultat en éliminant la totalité des corps microbiens. Ce procédé est désormais classique et il est généralisé dans la pratique des laboratoires.

Vallée a consacré à la tuberculose une grande part de ses recherches. Sa théorie de la prémunition de la tuberculose le conduit à l'essai des vaccins en excipient irrésorbable et à une théorie de l'immunité locale dans la tuberculose.

D'autres études concernent le mode d'action et l'utilisation de la tuberculine dans le diagnostic de l'infection tuberculeuse, le traitement spécifique des plaies par la sérothérapie, et notamment celui des plaies de guerre, l'anatoxinothérapie des infections staphylococciques, le diagnostic histologique de la rage, la détection des anti-corps albumineux, etc.

Les travaux de Vallée sur l'anémie infectieuse du Cheval font connaître une redoutable maladie et préparent la voie à une prophylaxie efficace.

Le laboratoire d'Alfort devait étudier spécialement la fièvre aphteuse. Avec la collaboration d'Henri Carré, Vallée obtient des résultats considérables. Il apporte une notion entièrement nouvelle et fondamentale, celle de la pluralité

des virus aphteux et de leur indépendance immunologique; c'est là un fait essentiel au double point de vue de la police sanitaire et de la vaccination.

Enfin, ses patientes recherches sur l'immunisation passive et active, qu'il n'eut d'ailleurs pas le temps d'achever, ouvrent des voies nouvelles et sont à l'origine de plusieurs des acquisitions déjà obtenues dans ce domaine.

Sa notoriété dépasse largement les limites de son pays. Les savants étrangers visitent son laboratoire et lui envoient leurs élèves; on sollicite de partout ses avis et plusieurs gouvernements lui confient d'importantes missions. En même temps, les sociétés scientifiques du monde entier l'accueillent avec empressement.

Telles sont, rapidement esquissées, la vie d'un homme hautement estimable et l'œuvre, aussi originale que féconde, d'un véritable savant.

GÉODÉSIE. — *Déterminations de la pesanteur dans le Nord et le Centre de la France.* Note de M. **Pierre Lejay**.

Station.	Longitude Est Greenwich.	Lat.	Alt.	Date.	g.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.
	° ′	° ′	mètres	1936	gals	gals	gals	gals	mgals	mgals
Bagneux	–	–	–	–	980,932	–	–	–	–	–
Breteuil	2.17,7	49.38,2	87	21 août	981,013	981,040	981,030	981,046	— 6	—16
Essertaux	2.14,4	49.44,4	147	21 »	,010	,055	,039	,055	0	—16
Amiens	2.18,1	49.53,7	31	21 »	,047	,057	,053	,069	—12	—16
Albert	2.41,1	50. 0,2	65	22 »	,046	,066	,059	,079	—12	—20
Doullens	2.20,7	50. 9,3	58	22 »	,055	,073	,066	,092	—19	—26
Hesdins	2. 2,4	50.22,6	26	22 »	,088	,096	,093	,112	—16	—19
Maisoncelle-Fruges	2. 2,4	50.31,6	186	22 »	,072	,129	,108	,125	+ 4	—17
Montreuil	1.45,7	50.28,0	49	22 »	,095	,110	,104	,120	—10	—16
Le Touquet	1.35,3	50.31,6	5	23 »	,117	,119	,118	,125	— 6	— 7
Boulogne	1.36,8	50.43,6	53	23 »	,124	,141	,135	,143	— 2	— 8
Audresselles	1.35,4	50.49,5	11	25 »	,140	,143	,142	,152	— 8	—10
Gris-Nez	1.35,0	50.52,2	43	25 »	,135	,148	,143	,156	— 7	—12
Calais	1.51,3	50.57,2	8	26 »	,140	,143	,142	,163	—20	—21
Gravelines	2. 7,3	50.58,8	4	26 »	,145	,147	,146	,166	—19	—19
Nordausques	2. 5,0	50.49,1	24	26 »	,130	,137	,134	,151	—13	—16
St-Omer	2.15,2	50.44,9	21	26 »	,124	,131	,128	,145	—14	—16
Hazebrouck	2.32,3	50.43,4	26	26 »	,127	,135	,132	,143	— 8	—11
Armentières	2.53,1	50.41,3	19	27 »	,134	,140	,138	,140	0	— 2
La Bassée	2.48,3	50.31,9	28,5	27 »	,109	,118	,114	,126	— 8	—11
Arras	2.47,0	50.20,6	100	27 »	,062	,093	,081	,109	—16	—27
Bapaume	2.50,9	50. 6,7	126	27 »	,035	,074	,059	,088	—14	—29
Cambrai-Awoingt	3.17,2	50. 9,7	96	27 »	,048	,078	,067	,092	—14	—25
Locquignol	3.42,6	50.12,2	156	28 »	,048	,096	,079	,097	0	—18
Maretz	3.25,2	50. 2,8	139	28 »	,033	,076	,060	,083	— 7	—23
Heudicourt	3. 5,7	50. 1,6	115	28 »	,037	,072	,059	,081	— 8	—21
Harbonnières	2.40,5	49.52,4	98	28 »	,027	,057	,046	,067	—10	—21
Roye	2.48,6	49.41,6	86,6	28 »	,018	,044	,035	,051	— 7	—16
La Fère	3.22,9	49.39,7	54	29 »	,029	,046	,040	,048	— 2	— 8
Laon	3.37,5	49.34,1	98	29 »	,001	,031	,020	,040	— 8	—20
Soissons	3.19,6	49.22,6	57,4	29 »	980,993	,011	,004	,023	—11	—18
Oulchy-le-Château	3.22,3	49.12,3	116	29 »	,961	980,997	980,984	,007	—10	—23
Bagneux	–	–	–	30 »	,932	–	–	–	–	–
Ecouen	2.23,1	49. 0,9	138	4 sept.	980,927	980,969	980,954	980,991	—20	—36
Chantilly	2.28,0	49.11,9	41	4 »	,968	,981	,976	981,007	—25	—30
Clermont	2.24,8	49.23,6	54	4 »	,987	981,004	,998	,024	—20	—26

Station.	Longitude Est Greenwich.	Lat.	Alt.	Date.	g.	g_0.	g''_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.
	° ′	° ′	mètres	1946	gals	gals	gals	gals	mgals	mgals
St-Just-en-Chaussée.......	2.26,0	49.30,4	106	4 sept.	980,991	981,023	981,011	981,034	—11	—23
Lataule..................	2.40,8	49.32,2	124	4 »	,997	,036	,022	,037	+ 1	—15
Compiègne................	2.49,8	49.25,2	43	5 »	,999	,013	,008	,027	—14	—19
Couloisy.................	3. 2,0	49.24,1	40	5 »	,998	,010	,006	,025	—15	—19
Villers-Cotterets..........	3. 5,4	49.15,8	137	5 »	,967	,009	980,994	,013	— 3	—19
Crépy-en-Valois...........	2.53,2	49.14,4	99	5 »	,970	,001	,990	,011	—10	—21
Dammartin................	2.40,6	49. 3,3	169,5	5 »	,921	980,973	,954	980,994	—21	—40
Vaujours..................	2.34,6	48.56,2	71	5 »	,937	,959	,951	,984	—25	—33
Bagneux..................	–	–	–	6 et 9 »	,932	–	–	–	–	–
Chéroy....................	3. 0,1	48.12,2	148	10 »	,869	,915	,898	,918	— 3	—20
Savigny...................	3. 5,7	48. 4,6	166	10 »	,847	,898	,880	,906	— 8	—26
St-Julien-du-Sault........	3.17,5	48. 1,9	92	10 »	,866	,895	,884	,902	— 7	—18
Toucy.....................	3.17,7	47.44,2	206	11 »	,818	,882	,859	,876	+ 6	—17
Vézelay...................	3.45,0	47.28,9	300	11 »	,751	,843	,809	,852	— 9	—42
Corbigny..................	3.41,2	47.15,5	202	11 »	,755	,818	,795	,833	—15	—38
Marcy.....................	3.24,2	47.19,3	269	11 »	,749	,832	,801	,839	— 7	—37
Prémery...................	3.20,1	47.10,3	236	11 »	,751	,824	,797	,825	— 1	—28
Rouy......................	3.32,1	47. 1,6	252	12 »	,742	,820	,791	,812	+ 8	—20
Moulins...................	3.20,0	46.34,0	222	12 »	,706	,775	,750	,771	+ 4	—21
Clermont-Ferrand..........	–	–	–	12 »	,582	–	–	–	–	–
Montaigüe-en-Forez........	3.48,2	46.16,2	406,6	13 »	,632	,758	,712	,744	+14	—32
Ciry......................	4.18,1	46.36,4	276	13 »	,705	,790	,759	,774	+16	—15
Mary-Mt-St-Vincent........	4.28,5	46.37,0	514	13 »	,659	,817	,759	,775	+42	—16
Le Creusot................	4.25,6	46.48,4	387	15 »	,695	,815	,771	,792	+22	—21
St-Gilles.................	4.39,8	46.52,7	238	17 »	,727	,801	,774	,799	+ 2	—25
Nuits-St-Georges..........	4.56,7	47. 8,4	244	17 »	,742	,816	,790	,822	— 6	—32
St-Jean-de-Bœuf...........	4.45,1	47.13,1	508	17 »	,694	,851	,793	,829	+22	—36
Vénarey-les-Laumes........	4.26,5	47.32,2	253	19 »	,774	,852	,824	,858	— 6	—34
Rouvray...................	4. 7,6	47.26,0	375	19 »	,741	,857	,815	,849	+ 8	—34
Turcey....................	4.43,1	47.24,6	264	21 »	,740	,821	,791	,846	—25	—55
Dijon.....................	5. 2,8	47.20,2	250	23 »	,757	,835	,806	,840	— 5	—33
Aignay-le-Duc.............	4.44,1	47.39,9	326	24 »	,769	,869	,832	,869	0	—37
Chatillon-sur-Seine........	4.34,6	47.51,7	219	24 »	,813	,880	,856	,887	— 7	—31
Laignes...................	4.22,2	47.50,6	230	24 »	,800	,871	,845	,886	—15	—41
Nuits-sur-Armançon........	4.12,9	47.43,8	191	24 »	,810	,869	,847	,875	— 6	—28
Tonnerre..................	3.58,4	47.51,3	178	24 »	,824	,879	,859	,887	— 7	—27
Auxerre...................	3.34,4	47.47,9	120	24 »	,843	,880	,866	,881	— 1	—15
St-Florentin..............	3.43,8	48. 0,1	126	25 »	,856	,895	,880	,900	— 5	—19
Chamoy....................	3.58,1	48. 7,7	163	25 »	,859	,909	,891	,911	— 2	—20
Chaource..................	4. 8,3	48. 3,5	150	25 »	,854	,901	,884	,905	— 4	—21
Troyes....................	4. 4,9	48.18,1	109	25 »	,883	,916	,904	,927	—10	—22
Villemaur-sur-Vanne.......	3.43,7	48.15,5	140	25 »	,873	,916	,900	,923	— 7	—22
Pont-sur-Yonne............	3.10,2	48.17,5	62	26 »	,887	,906	,899	,926	—19	—26
Montereau.................	2.57,7	48.23,4	55	26 »	,902	,919	,913	,935	—16	—22
Melun.....................	2.39,6	48.32,4	47	26 »	,913	,927	,922	,948	—20	—26
Bagneux...................	–	–	–	– »	,932	–	–	–	–	–
Mantes....................	1.43,3	48.59,5	31	15 octobre	980,960	980,970	980,966	,988	—18	—22
Vernon....................	1.29,1	49. 5,7	17	15 »	,972	,977	,975	,998	—20	—22
St-André-sur-l'Eure.......	1.16,4	48.54,4	144	15 »	,928	,972	,956	,981	— 8	—25
Houdan....................	1.36,1	48.47,3	110	15 »	,921	,955	,943	,970	—15	—27
Dreux.....................	1.21,8	48.44,3	121	16 »	,918	,955	,941	,966	—10	—24
Chateauneuf...............	1.14,5	48.34,8	213	16 »	,890	,956	,932	,952	+ 4	—20
Chartres..................	1.29,3	48.26,8	157	16 »	,882	,930	,913	,940	— 9	—27
Illiers...................	1.14,7	48.17,9	158,5	16 »	,867	,915	,898	,926	—11	—28
Vendôme...................	1. 4,1	47.47,5	81	16 »	,851	,876	,867	,881	— 5	—14
Chateaudun................	1.19,5	48. 4,3	139	17 »	,852	,895	,880	,906	—11	—26
Voves.....................	1.37,8	48.16,3	148	17 »	,868	,913	,897	,924	—11	—27
Limours...................	2. 4,7	48.38,8	132	17 »	,897	,938	,923	,958	—20	—35
Bagneux...................	–	–	–	17 »	,932	–	–	–	–	–

PHYSIOLOGIE. — *Vie en apnée dans un milieu d'oxygène pur.* Note ([1]) de MM. **Léon Binet** et **Moïse-V. Strumza**.

Lors de la suspension des mouvements respiratoires, la mort est l'œuvre de la privation d'oxygène, de l'anoxie et non de l'accumulation de CO_2, c'est-à-dire de l'hypercapnie. En milieu d'oxygène pur, on note, lors de l'établissement de l'arrêt respiratoire, qu'à chaque volume d'oxygène dissous dans le plasma se substitue une quantité identique du même gaz qui remplit l'arbre aérien; l'anoxie est évitée et la *vie en apnée* est rendue possible pendant plusieurs heures.

Afin de réaliser un milieu d'oxygène, il est indispensable de chasser, non seulement tout l'azote de l'air alvéolaire, mais encore l'azote dissous dans le plasma et les divers tissus de l'organisme. Après cette dénitrogénation, la tension partielle de l'oxygène dans les alvéoles pulmonaires, de l'ordre de 670^{mm} de mercure, lors du début de l'apnée, se maintient longtemps élevée, l'accumulation du CO_2 ne l'abaissant que lentement. La dénitrogénation complète nécessite l'inhalation d'oxygène pur pendant plus de six heures. En une demi-heure, seul l'azote dissous dans le plasma est éliminé, la survie est néanmoins possible sans mouvements respiratoires si la trachée de l'animal reste en connexion avec le réservoir d'oxygène. Dans l'heure suivante, la moitié de l'azote fixé sur les tissus s'élimine à son tour; mais, même après six heures, la tension partielle de l'oxygène dans l'air alvéolaire reste supérieure à 280^{mm} de mercure.

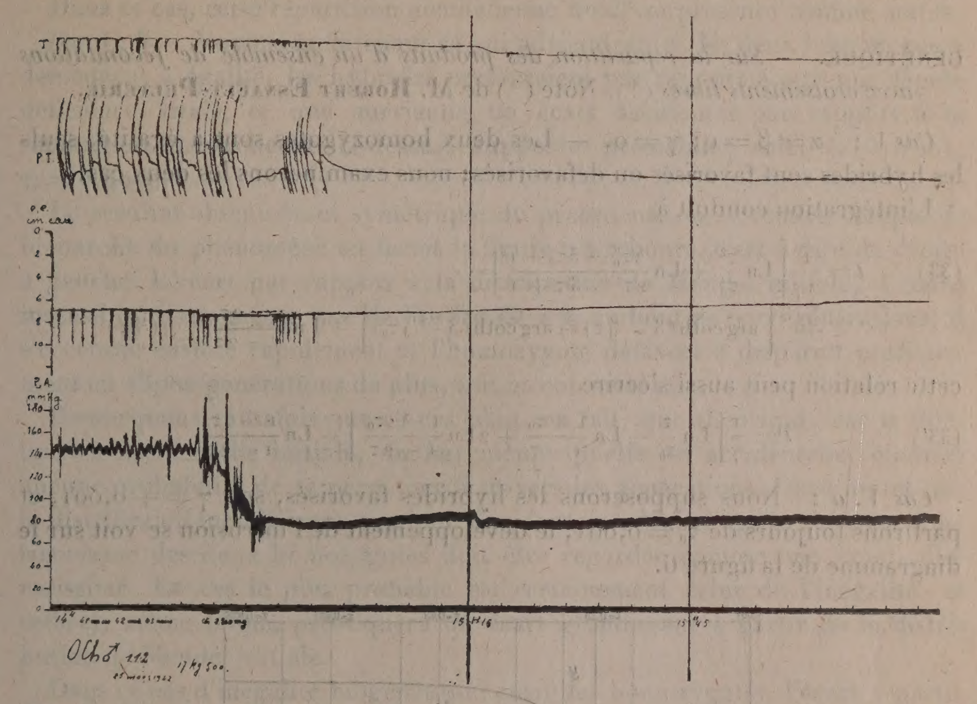
Nous avons maintenu en vie 180 chiens dont la respiration a été suspendue pendant deux heures, trois heures et plus encore. L'expérience est pratiquée sur des animaux anesthésiés au chloralose ou à l'éther. Après trachéotomie et à l'aide d'une double soupape à eau ou d'une soupape à deux valves, l'une inspiratrice et l'autre expiratrice, le chien inhale de l'oxygène pur pendant trente minutes au moins. L'immobilisation pulmonaire est alors provoquée, soit mécaniquement (tétanisation électrique, thoracotomie avec surpression intratrachéale), soit par l'atteinte du système nerveux central [anesthésiques à hautes doses (*fig.* 1), courant électrique traversant le bulbe, section bulbaire, etc.], soit par curarisation.

De multiples explorations sont effectuées : pneumographie, enregistrement de la pression intratrachéale, de la pression pleurale, de la tension artérielle, des pressions veineuses fémorale et jugulaire, de la pression du liquide céphalo-rachidien (par ponction sous-occipitale), oncographie rénale. La consommation d'oxygène et la production de CO_2 sont mesurées.

Un obstacle à la vie en apnée pourrait être à la longue l'accumulation de CO_2 dans l'organisme. Nous avons en effet noté chez 15 chiens les valeurs

([1]) Séance du 30 juin 1947.

moyennes suivantes pour le CO_2 total plasmatique : au début de l'apnée 46,9 volumes de CO_2 % ; 20 minutes plus tard 55,8 ; en 60 minutes 73,7 ; en 2 heures 88,9. Cette hypercapnie ne va pas sans un abaissement du pH sanguin : des valeurs de 7 sont courantes et, dans les expériences prolongées



Chien de 17^kg,500 chloralosé, respirant de l'oxygène depuis une demi-heure et mis en apnée par une nouvelle injection de 2^g,5 de chloralose. L'inscription est prolongée pendant une heure et demie. *De haut en bas :* Pneumographie, pression intra-trachéale, pression pleurale en centimètres d'eau, pression artérielle en millimètres de mercure, zéro de la pression artérielle et temps en minutes.

plus de 2 heures, un pH de 6,8 a été observé. A son tour, l'équilibre chloré est sensible à l'abaissement du pH. Le rapport du chlore globulaire au chlore plasmatique passe en 2 heures de 0,55 à 0,75. Le taux du chlore globulaire s'élève jusqu'à 263^mg ‰.

On peut se demander si ces perturbations humorales sont compatibles avec une longue survie, mais, en pratique, la prolongation de l'expérience est empêchée par l'apparition de l'*atélectasie pulmonaire* avec ses réactions asphyxiques. L'expérience nous a appris que si l'on pratique alors une insufflation intratrachéale sous une pression de 15 à 20^cm d'eau, l'atélectasie cède, les phénomènes s'amendent et l'apnée reste à nouveau tolérée ; nous n'avons toutefois pas eu l'occasion de dépasser une durée de 4 heures d'apnée.

Lorsque la cause déterminante de l'apnée est suspendue ou s'est dissipée, on note un retour rapide à la normale à la fois des mouvements respiratoires et du syndrome biologique.

Conclusions. — Ainsi des animaux anesthésiés dénitrogénés par l'oxygène et dont la trachée reste en connexion avec un réservoir d'oxygène, peuvent subir une *apnée* prolongée. La disparition de la cause de l'apnée amène le retour de la respiration normale.

GÉNÉTIQUE. — *Sur la répartition des produits d'un ensemble de fécondations avec croisements libres* (¹). Note (²) de M. **Robert Esnault-Pelterie.**

Cas V : $\alpha = \beta = 0$; $\gamma \neq 0$. — Les deux homozygotes sont à égalité, seuls les hybrides sont favorisés ou défavorisés; nous examinerons les deux cas.

L'intégration conduit à

$$(33) \qquad t = \frac{1}{2\gamma}\left[\mathrm{Ln}\frac{\tau^2}{\tau_0^2} + \mathrm{Ln}\frac{2\tau_0^2 - 3\tau_0 + 1}{2\tau^2 - 3\tau + 1}\right] \cdots$$
$$+ \frac{3}{\gamma}\left[\arg\coth(3 - 4\tau) - \arg\coth(3 - 4\tau_0)\right] + \mathrm{Ln}\frac{1 - 2\tau_0}{1 - 2\tau} \quad (^3);$$

cette relation peut aussi s'écrire

$$(33') \qquad t = \frac{1}{\gamma}\left[\mathrm{Ln}\frac{\tau}{\tau_0} - \mathrm{Ln}\frac{1 - \tau_0}{1 - \tau} + 2\,\mathrm{Ln}\frac{1 - 2\tau_0}{1 - 2\tau}\right] + \mathrm{Ln}\frac{1 - 2\tau_0}{1 - 2\tau}.$$

Cas V. a : Nous supposerons les hybrides favorisés, soit $\gamma = +0{,}001$, et partirons toujours de $\tau_0 = 0{,}001$; le développement de l'intrusion se voit sur le diagramme de la figure 6.

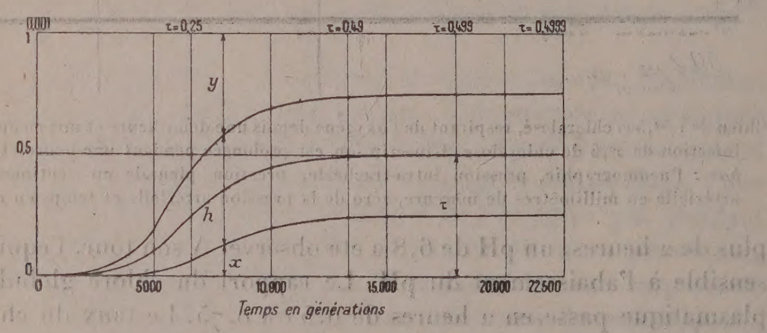


Fig. 6.

Le léger avantage biogénétique accordé aux hybrides *seuls* suffit à assurer un développement rapide de l'homozygote nouveau, *bien qu'il ne possède aucune*

(¹) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 179.

(²) Séance du 30 juin 1947.

(³) Nos différentes expressions ont été obtenues par intégration, or les fonctions $\arg th\, x$ et $\arg coth\, x$ ont même dérivée, la première correspondant à $|x|$ inférieur à l'unité, la seconde à $|x|$ supérieur à l'unité. Dans (29-30) (²), nous avions un argument inférieur à l'unité, nous avons donc pris $\arg th$; dans (33), nous avons un argument supérieur à l'unité, il faut prendre $\arg coth$.

supériorité intrinsèque. Naturellement le développement ne saurait dépasser $\tau = 1/2$ et, à ce moment, la répartition est mendélienne $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$; cet état ne serait du reste atteint rigoureusement qu'au bout d'un temps illimité, la fin de la progression étant extrêmement lente.

Dans ce cas, cette répartition mendélienne finale se présente comme stable.

Cas V. b : Voyons maintenant ce qui adviendrait si, les deux homozygotes demeurant à égalité, les hybrides présentaient par rapport à eux une légère déficience vitale, et que survienne un écart accidentel par rapport à la répartition mendélienne ci-dessus, supposée préétablie; soit $\gamma = -0,001$, $\tau_0 = 0,4999$.

Le résultat obtenu étant symétrique du précédent, on se rendra compte de la marche du phénomène en lisant la figure 6 à rebours, c'est-à-dire de droite à gauche. L'écart par rapport à la distribution de Mendel initiale, d'abord insensible, n'est encore que de l'ordre de 1 % au bout de 9000 générations; il s'accentue ensuite rapidement et l'homozygote défavorisé disparaît pratiquement en 13000 générations de plus, soit 22000 en tout.

Remarquons toutefois que ce cas n'est, en fait, que théorique, car la fluctuation accidentelle initiale, du fait même qu'elle est accidentelle, n'aurait aucune probabilité de se perpétuer à travers les générations. Dans un tel cas, la distribution mendélienne est donc *pseudo-stable.* Mais l'égalité biogénétique *rigoureuse* des deux homozygotes doit être regardée comme une éventualité rarissime. Le cas le plus probable est certainement celui de l'inégalité, et celle-ci, même faible, provoquera un écart grandissant à partir de la distribution de Mendel initiale.

Dans ce cas d'inégalité biogénétique entre les homozygotes, l'écart à partir d'une distribution initiale mendélienne $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, est, au contraire, rapide : si l'un des homozygotes est seul favorisé à l'exclusion des hybrides, l'évolution affectera l'allure des courbes de la figure 4 [1] à partir de l'ordonnée $\tau = 0,5$; si les hybrides sont également favorisés, elle affectera l'allure des courbes de la figure 3 [1] à partir de l'ordonnée $\tau = 0,5$. Dans le premier cas, l'élimination sera pratiquement consommée en quelque 9000 générations; en 7000 seulement dans le second, *et ceci moyennant l'avantage minime de 1/1000 à chaque génération.* Si l'avantage était supérieur, les durées en seraient raccourcies proportionnellement.

La distribution de Mendel n'est donc stable que dans *un* cas très improbable; elle doit être considérée comme *normalement instable.*

Généralisation. — La forme des raisonnements présentés, qui a été choisie pour la clarté, pourrait faire croire qu'ils ne sont valables que pour une paire d'allèles; il n'en est rien.

Reportons-nous en effet à la formule générale

$$(3) \qquad (\mathrm{a} + \mathrm{b} + \mathrm{c} + \ldots + \mathrm{n})(a + b + c + \ldots + n) = 1 \quad [1],$$

[1] *Comptes rendus,* 224, 1947, p. 1405.

et bloquons-y, sous une somme s ou *s*, tous les termes, sauf un de chacune des parenthèses; nous aurons par exemple

$$(34) \qquad (\mathrm{a}+\mathrm{s})(a+s)=1.$$

Cette écriture n'exprime rien d'autre que (3) sous une forme différente, qui est identique à celle de (4) (¹); la seule différence est que le symbole m*m* comprendra, non seulement des homozygotes, mais encore tous les hybrides ne comportant pas A par exemple.

Du point de vue mathématique, l'équation (34) est justiciable de tous les raisonnements que nous avons effectués sur (4), et qui aboutiront aux mêmes résultats.

Si donc un homozygote, apparaissant à la suite d'une mutation brusque, présente un avantage biogénétique par rapport à tous les autres homozygotes présents, il les éliminera à la longue, *même si cet avantage est faible*, pourvu seulement qu'il soit durable.

Le paléontologiste aura ainsi sous les yeux l'image d'une évolution, rendue plus frappante encore par l'aspect progressif que pourra lui communiquer l'ensemble des fluctuations phénotypiques autour du génotype.

Cas de trois homozygotes en présence. — Nous aurons

$$(35\text{-}35') \qquad \mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c}=1, \qquad a+b+c=1;$$

dans le cas d'une égale répartition pour les deux sexes, l'ensemble de fécondations *à affinités sexuelles égales* donnera

$$(36) \qquad (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=1.$$

La constance de la somme des termes de chacune des équations (35-35′) permet l'utilisation d'une représentation graphique en usage pour les alliages ternaires au moyen d'un triangle équilatéral de hauteur égale à l'unité; ce procédé est assez connu pour ne pas requérir d'autre explication.

S'il y a inégalité des affinités sexuelles, le point figuratif se déplacera à chaque génération et l'on pourra suivre ainsi, sur le diagramme, la progression ou la régression de tel ou tel des homozygotes.

S'il y a inégale répartition entre les gamètes des deux sexes, il y aura un point figuratif pour chaque sexe.

M. **Horia Hulubei** fait hommage à l'Académie d'un Mémoire, écrit en collaboration avec Mlle **Yvette Cauchois**, et intitulé : *Constantes sélectionnées. Longueurs d'onde des émissions X et des discontinuités d'absorption X.*

M. **Selman A. Waksman** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé : *Microbial antagonisms and antibiotic substances.*

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Hermann Weyl** et **George Polya** sont élus Correspondants pour la Section de Géométrie en remplacement de MM. *George Birkhoff*, décédé, et *Charles de La Vallée Poussin*, élu Associé étranger.

DÉSIGNATIONS.

L'**Association des Travailleurs scientifiques**, le **Syndicat de l'Enseignement supérieur et de la Recherche scientifique** et la **Fédération mondiale des Travailleurs scientifiques** invitent l'Académie à se faire représenter dans le Comité chargé d'organiser les manifestations qui auront lieu, le 19 octobre 1947, en l'honneur du dixième anniversaire de la mort de Lord Rutherford.

MM. **Maurice de Broglie** et **Frédéric Joliot** sont désignés.

CORRESPONDANCE.

M. **Cecil Henry Desch**, élu Correspondant pour la Section de Chimie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Henri Muraour. *Que sais-je ? Poudres et Explosifs* (présenté par M. Lebeau).

2° Enrico Chatelanat. *Armonie universali*.

3° Giotto Dainelli. *Geologia del l'Africa orientale. Opera pubblicata col concorso del Consiglio Nazionale delle Ricerche*. Volumes I, II, III, IV.

ALGÈBRE. — *Sur une nouvelle méthode d'introduction des polynomes de Lucas.* Note de M. **André Herpin**, présentée par M. Jean Cabannes.

Considérons une matrice quelconque **F** à deux lignes et deux colonnes. On peut toujours l'écrire sous la forme d'une combinaison linéaire des trois matrices de Pauli σ_1, σ_2, σ_3 et de la matrice unitaire à deux lignes et deux colonnes

$$\mathbf{F} = A + B\sigma_1 + C\sigma_2 + D\sigma_3, \tag{1}$$

A, B, C, D étant des nombres. Le déterminant de cette matrice est

$$\Delta = A^2 - (B^2 + C^2 + D^2). \tag{2}$$

Cherchons l'expression de $\mathbf{F}^n$. Supposons que $\mathbf{F}^{n-1}$ soit de la forme

(3) $$\mathbf{F}^{n-1} = \psi_{n-1}(A, \Delta) + \varphi_{n-1}(A, \Delta)\, B\sigma_1 + \varphi_{n-1}(A, \Delta)\, C\sigma_2 + \varphi_{n-1}(A, \Delta)\, D\sigma_3.$$

En multipliant cette expression par $\mathbf{F}$ et en tenant compte des relations d'anticommutation des matrices de Pauli, on trouve

$$\mathbf{F}^n = [A\psi_{n-1} + (B^2 + C^2 + D^2)\varphi_{n-1}] + (A\varphi_{n-1} + \psi_{n-1})\, B\sigma_1 + (A\varphi_{n-1} + \psi_{n-1})\, C\sigma_2 + (A\varphi_{n-1} + \psi_{n-1})\, D\sigma_3,$$

c'est-à-dire

(4) $$\mathbf{F}^n = \psi_n(A, \Delta) + \varphi_n(A, \Delta)\, B\sigma_1 + \varphi_n(A, \Delta)\, C\sigma_2 + \varphi_n(A, \Delta)\, D\sigma_3,$$

en posant

(5) $$\psi_n = A\psi_{n-1} + (A^2 - \Delta)\varphi_{n-1}, \qquad \varphi_n = A\varphi_{n-1} + \psi_{n-1}.$$

L'expression (4) de $\mathbf{F}^n$, qui est exacte pour $n = 1$ est donc générale.

Une transformation simple permet de montrer que les fonctions ψ_n et φ_n satisfont à la même équation fonctionnelle

(6) $$\begin{cases} \psi_{n+1} - 2A\psi_n + \Delta\psi_{n-1} = 0, \\ \varphi_{n+1} - 2A\varphi_n + \Delta\varphi_{n-1} = 0. \end{cases}$$

Ces relations montrent que φ_n et ψ_n sont des cas particuliers des polynomes de Lucas des arguments $p = 2A$ et $q = \Delta$. Les conditions initiales [$\psi_0 = 1$, $\varphi_0 = 0$, $\psi_1 = A$, $\varphi_1 = 1$] nous conduisent à poser

(7) $$\psi_n = \frac{1}{2} V_n(2A, \Delta), \qquad \varphi_n = U_n(2A, \Delta),$$

V_n et U_n étant respectivement les fonctions primordiale et fondamentale de Lucas [1]. D'où la règle suivante :

Si l'on prend la puissance $n^{\text{ième}}$ d'une matrice $\mathbf{F}$ combinaison linéaire des matrices de Pauli, de déterminant Δ, le coefficient de la matrice unitaire étant A, la matrice obtenue est encore une combinaison linéaire des quatre mêmes matrices; le coefficient de la matrice unitaire est égal à la moitié de la fonction primordiale de Lucas d'ordre n et d'arguments $2A$ et Δ, celui d'une matrice σ_i est égal au coefficient de la même matrice dans $\mathbf{F}$ multiplié par la fonction fondamentale de Lucas de même ordre et de mêmes arguments.

Dans le cas particulier où $\Delta = 1$, les polynomes de Lucas sont remplacés par des polynomes à une seule variable appelés par MM. Aubert et Guillet polynomes électrosphériques [2].

Ce résultat nous permet d'expliquer la persistance avec laquelle M. Parodi retrouve les polynomes électrosphériques dans les problèmes de propagation les plus divers [3]. M. L. Brillouin a montré [4] que du point de vue formel

---

(1) LUCAS, *Théorie des nombres*, 1891.

(2) *Mémorial des Sciences physiques*, 38, 1942.

(3) *Mémorial des Sciences physiques*, 47, 1944.

(4) *Journal de Physique*, VII, 1936, p. 401.

les phénomènes de propagation pouvaient être rattachés au groupe unitaire unimodulaire dont les matrices de Pauli sont une représentation. Si nous cherchons à itérer un problème de propagation en considérant une « *ligne* » formée de n éléments semblables, nous aurons à envisager la puissance $n^{\text{ième}}$ d'une matrice telle que **F**, de déterminant égal à un, d'où l'apparition normale des polynomes électrosphériques.

THÉORIE DES GROUPES. — *Analyse harmonique dans les groupes centraux. I. Fonctions centrales et caractères.* Note [1] de M. **Roger Godement**, présentée par M. Élie Cartan.

1. *Notations et résultats préliminaires.* — Soit G un groupe topologique localement compact non nécessairement abélien. On désigne par dx la mesure de Haar invariante à gauche, L^1 l'espace des fonctions sommables sur G pour dx, normé par

$$\|f\|_1 = \int_G |f(x)|\, dx;$$

L^∞ le dual de L^1, c'est-à-dire l'espace des fonctions $\varphi(x)$ mesurables et essentiellement bornées sur G ; on pose

$$\|\varphi\|_\infty = \operatorname*{Vrai\,max}_{x\in G} |\varphi(x)| \quad \text{pour} \quad \varphi \in L^\infty;$$

$$(f, \varphi) = \int_G f(x)\overline{\varphi(x)}\, dx \quad \text{pour} \quad f\in L^1, \varphi \in L^\infty;$$

$$f\star g(x) = \int_G f(xy)\, g(y^{-1})\, dy; \qquad \tilde{f}(x) = \overline{f(x^{-1})}.$$

On sait qu'on a

$$\|f\star g\|_1 \leq \|f\|_1 \|g\|_1 \qquad \text{pour} \quad f, g \in L^1;$$

en outre, $f\star\varphi$ est, pour $f\in L^1$ et $\varphi\in L^\infty$, *uniformément continue et bornée* sur G. On désignera encore par P l'ensemble des fonctions mesurables et de type positif sur G, par $\mathfrak{P}$ l'ensemble des $\varphi\in P$ qui sont *continues* sur G, par V et $\mathfrak{V}$ les enveloppes linéaires de P et $\mathfrak{P}$ respectivement; et l'on posera $P^1 = P\cap L^1$, $\mathfrak{P}^1 = \mathfrak{P}\cap L^1$, $V^1 = V\cap L^1$, $\mathfrak{V}^1 = \mathfrak{V}\cap L^1$. On sait [2] que $\mathfrak{P} = P \cap L^\infty$. On notera Z l'ensemble des fonctions $\varphi(x)$ mesurables sur G et *centrales*, c'est-à-dire vérifiant $\varphi(s^{-1}xs) = \varphi(x)$ presque partout en x pour chaque $s\in G$, et l'on posera $Z^1 = Z\cap L^1$, $Z^\infty = Z\cap L^\infty$: Z^1 n'est autre que le centre de l'algèbre normée L^1.

Dans le groupe $\mathfrak{A}$ des automorphismes continus de G, notés $x\to\sigma(x)$, on peut [3] introduire une topologie compatible avec la structure de groupe de $\mathfrak{A}$.

---

(1) Séance du 30 juin 1947.

(2) Gelfand-Raïkov, *Recueil math. de Moscou*, 13, 1943.

(3) J. Braconnier, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 382-384.

On dira que G est un groupe central si les automorphismes intérieurs ($x \to s^{-1}xs$) *de G appartiennent à un sous-groupe compact* ([4]) $\mathfrak{A}_0$ *de* $\mathfrak{A}$. En désignant par $d\sigma$ la mesure de Haar sur $\mathfrak{A}_0$, choisie de telle sorte que $\mathfrak{A}_0$ soit de volume 1, la formule

$$f^\natural(x) = \int_{\mathfrak{A}_0} f[\sigma(x)]\, d\sigma$$

définit une opération linéaire ([5]) (dont l'importance est bien connue dans le cas des groupes compacts) dans l'ensemble des fonctions f continues sur G; il est immédiat de constater que :

1° Si $f \in L^1$ est continue, on a $f^\natural \in L^1$ et $\|f^\natural\|_1 \leq \|f\|_1$: d'où possibilité d'étendre l'application $f \to f^\natural$ *à tout* L^1; évidemment, on a $f^\natural \in Z^1$ pour $f \in L^1$, et comme $f^\natural(e) = f(e)$, on voit que *le centre* Z^1 de L^1 *n'est pas réduit à zéro* ([6]).

2° Si $\varphi \in L^\infty$ est continue, on a de même $\varphi^\natural \in Z^\infty$; comme d'autre part on a

$$(f, \varphi) = (f^\natural, \varphi) \qquad \text{pour} \quad f \in L^1 \qquad \text{et} \qquad \varphi \in Z^\infty,$$

il en résulte la

Proposition 1. — Z^∞ *est isomorphe au dual de* Z^1 (pour un groupe *central*).

2. Soit $\mathfrak{P}_0$ l'ensemble des $\varphi \in \mathfrak{P}$ avec $\varphi(e) \leq 1$; on sait ([2]) que $\mathfrak{P}_0$ est un sous-ensemble convexe et faiblement compact de L^∞, dont les points extrémaux non nuls (*fonctions élémentaires normées*) définissent des représentations unitaires irréductibles de G. De même, $\mathfrak{P}_0 \cap Z^\infty$ est convexe et faiblement compact; on appellera *caractère* de G tout point extrémal non nul de $\mathfrak{P}_0 \cap Z^\infty$.

THÉORÈME 1. — *Pour qu'une fonction* $\chi(x)$ *continue, centrale et de type positif soit un caractère de* G, *il faut et il suffit que* $\chi(e) = 1$ *et que, pour toute* $f \in Z^1$, *on ait*

$$f \star \chi(x) = \lambda \chi(x), \qquad \text{où} \quad \lambda = (f, \chi).$$

Pour tout $x \neq e$, *il existe un caractère* χ *vérifiant* $\chi(x) \neq \chi(e)$.

On notera $\hat{G}$ l'ensemble des caractères de G; $\hat{x}, \hat{y}, \ldots$, les éléments de $\hat{G}$, et $(x, \hat{x})$ la valeur en $x \in G$ du caractère $\hat{x} \in \hat{G}$.

THÉORÈME 2. — *Dans* L^∞, *l'ensemble* $\hat{G}_\infty$ *constitué par* $\hat{G}$ *et* O *est faiblement compact:* $\hat{G}$ *est donc localement compact pour la topologie faible de* L^∞; *pour qu'un* $\hat{x}$ *variable de* G *converge faiblement vers* $\hat{x}_0 \in \hat{G}$, *il faut et il suffit que la fonction* $(x, \hat{x})$ *converge uniformément sur toute partie compacte de* G, *vers* $(x, \hat{x}_0)$.

([4]) En fait, $\mathfrak{A}_0$ désignera ici le *plus petit* sous-groupe compact en question, c'est-à-dire l'adhérence, dans $\mathfrak{A}$, de l'ensemble des automorphismes intérieurs. Il est immédiat que, sur un groupe central, les mesures de Haar à droite et à gauche coïncident.

([5]) Ce procédé est déjà utilisé par I. E. SEGAL (*Trans. Am. Math. Soc.*, 61, 1947, pp. 69-105; en particulier, cf. Th. 1.7) dans le cas où G est le produit direct d'un groupe abélien par un groupe compact.

([6]) Et même : le plus petit idéal fermé à droite de L^1 contenant Z^1 est tout L^1.

THÉORÈME 3. — *Toute fonction* $\varphi(x)$ *continue, centrale et de type positif est de la forme*

$$\varphi(x)=\int_{\hat{G}}(x,\hat{x})\,d\hat{\mu}_{\varphi}(\hat{x}),$$

où $\hat{\mu}_{\varphi}$ *est une mesure de Radon sur* $\hat{G}$, *positive, de masse totale finie, et entièrement déterminée par* φ.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la substitution d'une valeur exceptionnelle par une propriété lacunaire.* Note de M. **Ferran Sunyer i Balaguer**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Nous donnerons dans cette Note des résultats, pour les fonctions entières d'ordre infini et pour les fonctions holomorphes dans un cercle, semblables à ceux que nous avons exposés dans une Note antérieure pour les fonctions entières d'ordre fini (¹).

Pour les fonctions d'ordre infini nous emploierons les ordres de K. L. Hiong (²); avec ces ordres, et en représentant par $K(x)$ le plus grand des nombres K qui vérifient $l_k \leq x$, on peut démontrer, en utilisant des résultats de Mandelbrojt (³), le théorème suivant.

THÉORÈME I. — *Soit*

$$F(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\alpha_k z^{l_k}$$

une fonction entière d'ordre $W(r)$. *Si*

$$K(x)=O(x^{1-\beta})\qquad(0<\beta<1)$$

et si $W_0(r)$, $W_1(r)$ *et* $W_2(z)$, *ordres respectifs de* $f_0(z)$, $f_1(z)$ *et* $f_2(z)$, *sont tels que*

$$W_0(r)<[W(r)]^{\theta'},\qquad\left(\theta'<1,\ \theta'<\frac{\beta}{1-\beta}\right),$$
$$W_j(r)<[W(r)]^{\theta_1},\qquad(\theta_1<1,\ j=1,\ 2,\ \ldots),$$

il est impossible que l'identité

$$f_0(z)\,F(z)-f_1(z)\equiv f_2(z)\,e^{\varphi(z)}$$

soit vérifiée pour aucune fonction entière $\varphi(z)$.

2. Dans les théorèmes de Schottky, de Landau, etc., l'hypothèse commune est l'existence de deux valeurs exceptionnelles; j'ai démontré qu'on peut, dans

---

(¹) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1609.

(²) *Journ. de Math.*, 9ᵉ série, **14**, 1935, p. 298.

(³) *Transactions of the American Math. Society*, **55**, nº 1, pp. 96-131.

la plupart de ces théorèmes, substituer à cette hypothèse une autre qui affirme seulement l'existence d'une seule valeur exceptionnelle, à condition qu'on suppose une propriété lacunaire de la série de Taylor qui représente la fonction. En particulier, nous avons démontré les quatre résultats suivants, qui, avec les notations de Nevanlinna et les antérieurs, peuvent s'énoncer comme suit.

Théorème II. — *Soit*

$$F(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\alpha_K z^{l_k}$$

une fonction holomorphe dans le cercle $|z|<1$. *Si les zéros et les* l_K *vérifient les conditions*

$$n\left(r, \frac{1}{F}\right)<qr\left(\frac{1}{1-r}\right), \qquad K(X)<BX^{1-\beta} \qquad (0<\beta<1),$$

alors, quel que soit $\rho>\max[(2/\beta), \lambda]$, *il existe une constante* $r(q, \lambda, B, \beta, \rho)$ *telle que, pour* $r\geqq r(q, \lambda, B, \beta, \rho)$, *l'inégalité*

$$\log M(r, F)<\left(\frac{e^h}{1-r}\right)^{\rho}+\log\frac{e^e}{|F(0)|}$$

soit vérifiée, où $h=7(2\rho+\beta\rho-2)/(\beta\rho-2)$.

Théorème III. — *Soit une famille de fonctions* $f(z)$ *holomorphes dans le cercle* $|z|<1$. *Si toutes ces fonctions vérifient les deux conditions*

$$n\left(r, \frac{1}{f}\right)<qr\left(\frac{1}{1-r}\right)^{\lambda}, \qquad K(X)<BX^{1-\beta} \qquad (0<\beta<1),$$

q, λ, B *et* β *étant égales pour toutes les fonctions de la famille, cette famille est quasi normale.*

Si, en plus, on suppose que les $|f(0)|$ sont également bornées, la famille est normale. Elle sera de même normale si l'on suppose que $n(r, 1/f)\equiv 0$.

Théorème IV. — *Soit une famille de fonctions* $f(z)$ *holomorphes dans le cercle* $|z|<1$ *et telle que chaque fonction possède une propriété* D *qui ne permet pas à la famille d'avoir des constantes parmi ses fonctions limites. Si,* B *et* β *étant égales pour toute la famille, les* l_K *de chaque fonction vérifient*

$$K(X)<BX^{1-\beta} \qquad (0<\beta<1),$$

il existe un cercle d, centré à l'origine, dont le rayon dépend uniquement de D, *de* B *et de* β *tel que toute fonction de la famille prend toute valeur* Y *pourvu que* $Y-f(0)$ *soit intérieur au cercle d.*

Théorème V. — *Soit*

$$F(z)=\sum_{k=0}^{\infty}a_k z^{l_K} \qquad (a_1\neq 0)$$

une fonction holomorphe dans le cercle $|z| < \mathrm{R}$. *Si*

$$n\left(r, \frac{1}{\mathrm{F}}\right) < q\frac{r}{\mathrm{R}}\left(\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R}-r}\right)^{\lambda}, \qquad \mathrm{K}(\mathrm{X}) < \mathrm{BX}^{1-\beta} \qquad (0 < \beta < 1),$$

R *doit être inférieur à une constante* $\mathrm{R}_0(a_0, a_1, l_1, q, \lambda, \mathrm{B}, \beta)$.

Quelques résultats de ma Note antérieure et de cette Note peuvent s'étendre aux fonctions méromorphes, comme je pense le démontrer dans un autre recueil.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une généralisation du développement de Taylor.* Note (1) de M. **André Roussel**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit $g(x, h)$ une fonction des deux variables complexes x et h, holomorphe à l'intérieur de deux cercles C et C′ de rayons respectifs R et R′ et sur ces cercles eux-mêmes, tracés, le premier dans le plan complexe (x) avec le point d'affixe a comme centre, le second dans le plan complexe (h) avec le point d'affixe zéro comme centre. On suppose en outre que g s'annule avec h. Considérons le développement, indéfini dans les deux sens,

$$\sum_{m=1}^{m=\infty} g_{-m}(x, h) + g(x, h) + \sum_{n=1}^{\infty} g_n(x, h), \tag{1}$$

déterminé de la façon suivante :

1° On passe de $g(x, h)$ à $g_1(x, h)$ en dérivant $g(x, h)$ par rapport à x et en intégrant par rapport à h dans l'intervalle $(0, h)$, et, d'une façon générale, de $g_{n-1}(x, h)$ à $g_n(x, h)$ en dérivant $g_{n-1}(x, h)$ par rapport à x et en intégrant par rapport à h dans l'intervalle $(0, h)$.

2° On passe de $g(x, h)$ à $g_{-1}(x, h)$ en dérivant $g(x, h)$ par rapport à h et en intégrant par rapport à x dans l'intervalle (a, x), puis en retranchant de la fonction ainsi obtenue la valeur prise par celle-ci pour h nulle. D'une façon générale, on passe de $g_{-(m-1)}(x, h)$ à $g_{-m}(x, h)$ en dérivant $g_{-(m-1)}(x, h)$ par rapport à h, et en intégrant de a à x par rapport à x, puis en retranchant de la fonction ainsi obtenue la valeur prise par celle-ci pour h nulle.

On démontre alors que le développement (1) est convergent pour les valeurs de x et de h qui satisfont à la double inégalité

$$|x-a| + |h| < \mathrm{R} \qquad \text{et} \qquad |x-a| + |h| < \mathrm{R}'.$$

Sa somme est égale à

$$f(x+h) - f(x),$$

en posant

$$f(x) = g(a, x-a) + \int_0^{x-a} g'_x(x-t, t)\, dt, \tag{2}$$

(1) Séance du 30 juin 1947.

la proposition précédente fournit une généralisation du développement de Taylor qu'on retrouve en faisant

$$g(x, h) = h\varphi'(x),$$

où $\varphi'(z)$ désigne la dérivée d'une fonction holomorphe $\varphi(z)$.

La démonstration de ce théorème repose sur la relation

$$g(x, h) = -\frac{1}{4\pi^2}\int_{C} dz \int_{C'} \frac{g(z, z')\,dz'}{(z'-h)(z-x)},$$

d'où l'on tire les expressions de $g_n(x, h)$ et de $g_{-m}(x, h)$, soient :

$$g_n(x, h) = -\frac{1}{4\pi^2}\int_0^h dv \int_{C} dz \int_{C'} \frac{ng(z, z')(h-v)^{n-1}\,dz'}{(z-x)^{n+1}(z'-v)}$$

et

$$g_{-m}(x, h) = -\frac{1}{4\pi^2}\int_a^x du \int_{C} dz \int_{C'} \frac{mg(z, z')(x-u)^{m-1}\,dz'}{(z-u)(z'-h)^{m+1}}$$
$$+\frac{1}{4\pi^2}\int_a^x du \int_{C} dz \int_{C'} \frac{mg(z, z')(x-u)^{m-1}\,dz'}{(z-u)z'^{m+1}}.$$

Les formules précédentes permettent de démontrer la convergence du développement (1) et d'en trouver la somme, $\psi(x, h)$, qui a pour expression

$$\psi(x, h) = g(x, h) + \int_0^h g'_x(x+h-v, v)\,dv$$
$$+\int_a^x g'_h(u, x+h-u)\,du - \int_a^x g'_h(u, x-u)\,du.$$

On montre alors que $\psi(x, h)$ est égal à l'accroissement de la fonction définie par (2). Par exemple, on vérifie simplement que

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial h^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial h} = 0,$$

ce qui prouve que ψ est un accroissement de fonction. Celle-ci est égale, à une constante additive près, à

$$\psi(a, x-a) = f(x).$$

On peut envisager, dans le domaine réel, des développements de la forme (1). Lorsque l'on considère des développements limités, on est conduit à une généralisation de la formule de Taylor que nous exposerons dans une autre Note.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Valeurs moyennes et transformation de Laplace.* Note (¹) de M. **Jean-Marie Souriau**, présentée par M. Henri Villat.

On désigne par valeur moyenne de la fonction $g(x)$ dans l'intervalle O, x la quantité

$$\frac{1}{x}\int_0^x g(t)\,dt = \int_0^1 g(xt)\,dt.$$

Nous désignerons par valeur moyenne d'ordre α de la fonction $g(x)$ l'expression

$$g_\alpha(x) = \int_0^1 \alpha(1-t)^{\alpha-1} g(xt)\,dt.$$

Moyennant quelques conditions générales sur $g(x)$, on peut établir les propositions suivantes :

(1) $$g_{\alpha+\beta}(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta+1)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\beta)}\int_0^1 t^\alpha(1-t)^{\beta-1} g_\alpha(xt)\,dt$$

pour

$$\mathrm{R}(\alpha) > 0, \quad \mathrm{R}(\beta) > 0.$$

(2) Si $g(x)$ tend vers une limite g_0, $g_\alpha(x)$ tend vers g_0 si $\mathrm{R}(\alpha) > 0$,

(3) Si $g_\alpha(x)$ tend vers g_0, $g_{\alpha+\beta}(x)$ tend vers g_0 si $\mathrm{R}(\alpha) > 0$, $\mathrm{R}(\beta) > 0$.

Appliquons ces notions à la transformation de Laplace. Soit H_k la classe des fonctions réelles ou complexes de la variable réelle x, nulles pour x négatif, sommables dans tout intervalle fini, et majorées par une exponentielle $\mathrm{K}e^{kx}$.

A toute fonction $f(x)$ de cette classe, correspond sa transformée de Laplace

$$\mathrm{F}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} z e^{-zx} f(x)\,dx,$$

intégrale qui converge vers une fonction holomorphe dans le demi-plan

$$\mathrm{R}(z) > k.$$

Cette transformation est inversée par la formule de Bromwich-Mellin

$$f(u) = \frac{1}{2i\pi}\int_{\lambda-i\infty}^{\lambda+i\infty} \frac{\mathrm{F}(z)}{z} e^{uz}\,dz.$$

Malheureusement les conditions de convergence de cette intégrale sont assez capricieuses.

Nous allons la considérer comme limite de la fonction

$$\varphi(x) = \frac{1}{2i\pi}\int_{\lambda-ix}^{\lambda+ix} \frac{\mathrm{F}(z)}{z} e^{uz}\,dz.$$

(¹) Séance du 23 juin 1947.

λ étant $> k$, si la fonction $f(x)$ a une limite à droite et une limite à gauche pour $x = u$, $f(u+0)$ et $f(u-0)$; nous avons établi les propositions suivantes :

(4) $\varphi(x)$ tend en moyenne d'ordre 1 vers $(1/2)[f(u+0)+f(u-0)]$.

(5) Si l'intégrale de Bromwich-Mellin converge, sa somme est

$$\frac{1}{2}[f(u+0)+f(u-0)].$$

(6) Si $f(x)$ est réelle, la partie réelle de

$$\frac{x}{\pi}\int_0^1 (1-t)\frac{e^{uz}\mathrm{F}(z)}{z}\,dt, \qquad \text{avec} \quad z=\lambda+ixt,$$

tend vers

$$\frac{1}{2}[f(u+0)+f(u-0)].$$

(7) La quantité $\psi(x)=(1/2)\left[e^{uz}\mathrm{F}(z)+e^{u\bar{z}}\mathrm{F}(\bar{z})\right]$, avec $z=\lambda+ix$, $\bar{z}=\lambda-ix$ tend en moyenne d'ordre 2 vers $f(u+0)-f(u-0)$.

On obtient ainsi des formules qui convergent moyennant des hypothèses très peu restrictives imposées à $f(x)$ seulement, qui permettent d'avoir non seulement les valeurs de la fonction, mais encore ses discontinuités de première espèce.

Les propositions (2) et (3) montrent que si les fonctions considérées convergent directement ou en moyenne d'ordre quelconque, leur somme est encore la quantité cherchée.

Dans le cas particulier où $f(x)$ est une fonction en escalier, $\mathrm{F}(z)$ est la somme d'une série de Dirichlet générale; on peut obtenir directement les coefficients par une intégrale, et non la somme des n premiers coefficients comme dans la formule de Cahen. Ainsi la partie réelle de $e^{(\lambda+ix)\,\mathrm{Log}\,n}[\zeta(\lambda+ix)]^{\alpha}$, pour $\lambda>1$, n entier, tend en moyenne d'ordre 2 vers la fonction arithmétique $\mu_{\alpha}(n)$ (²).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'extension de la théorie des fonctions de Baire à une classe d'espaces topologiques non métriques.* Note (¹) de M. **Roger Paintandre**, présentée par M. Paul Montel.

1. Nous renvoyons pour les définitions et les résultats antérieurs à notre Note précédente (²). Nous ferons usage du théorème de Zorn, en suivant l'énoncé ci-après (³) : *Si une propriété* P *de sous-ensembles d'un ensemble* X *a le*

(²) Cf. J. M. Souriau, *Revue Scient.*, mai 1944, pp. 204-211.

(¹) Séance du 30 juin 1947.

(²) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1806.

(³) S. Lefschetz, *Algebraic Topology* (*Amer. Math. Soc. Colloq. Publ.*, **27**).

caractère fini (c'est-à-dire s'il est nécessaire et suffisant pour qu'elle soit vraie d'un ensemble qu'elle le soit de toutes ses parties finies), *il y a un sous-ensemble maximal de* X *possédant la propriété* P.

2. La théorie des fonctions de Baire est actuellement développée dans les espaces métriques. Or, elle ne peut s'étendre telle quelle à des espaces uniformes quelconques, même simples (produits compacts), comme le montre l'exemple suivant, où le théorème de Baire pour les fonctions de première classe est en défaut. Soit L le segment (0, 1) fermé; Y est le produit continu $\prod_u L_u$, où $L_u = L$, et où l'indice u prend les valeurs $0 \leq u \leq 1$. Un point de Y est encore une fonction y de L dans L, la valeur y_u correspondant à u étant la coordonnée de rang u. Soit f la fonction suivante de L dans Y : Pour tout $x \in L$, $f(x) = y(x)$ avec $y_u(x) = 0$ si $u \neq x$ et $y_u(u) = 1$. u étant fixe, $y_u(x)$ est une fonction numérique de première classe, et est donc limite de fonctions continues $y_u^n(x)$. Soit la suite de fonctions f_n, où $f_n(x) = y_n(x)$ dont les coordonnées sont les $y_u^n(x)$. Les f_n sont continues, f ne l'est en aucun point, et la suite f_n tend vers f ([4]). Soit Z un espace identique à Y. Pour tout $z \in Z$ et dont les coordonnées sont z_u, posons $F(z) = f(z_0)$, et $F_n(z) = f_n(z_0)$. La suite F_n de fonctions continues de Z dans Y converge vers F qui est totalement discontinue.

3. Dans ce qui suit, Y est un espace uniformément sphérique. Soit $\aleph_\alpha$ son caractère uniforme. X est uniformément sphérique, homogène et quasi compact-β. Son caractère $\aleph_\beta$ est supérieur ou égal à $\aleph_\alpha$. S est une suite transfinie de fonctions continues de X dans Y, de type d'ordre ω_γ avec $\gamma \leq \alpha$, et qui converge pour tout x vers une fonction f. Nous démontrerons alors le théorème de Baire : *La restriction à tout fermé de* X *de la fonction f possède au moins un point de continuité.* Il résulte de notre Note citée (th. 2 et 7) qu'il suffit de démontrer l'existence de ce point pour la fonction sur X.

Nous recherchons les points de convergence uniforme de la suite S [méthode de H. Lebesgue ([5])]. V étant un entourage symétrique fermé de Y, et E(V, I) l'ensemble des points de X tels que pour tout $i > I$ et tout $j > I$, $f_i(x)$ et $f_j(x)$ soient V-voisins, on a $\bigcup_I E(V, I) = X$; E(V, I) est fermé; les E(V, I) sont croissants. Si tous les E(V, I) étaient non denses, on pourrait construire des suites T_i d'ouverts G_I ayant les propriétés suivantes de caractère fini :

a. $G_I \cap E(V, I) = 0$ et *b*. si $I > J$, $\bar{G}_I \subset G_J$. Il existe donc une suite transfinie de G_I satisfaisant à *a* et *b*, et de type d'ordre ω_γ (Zorn). Alors, d'après la quasi-compacité-β, il y aurait un point commun à tous les G_I et $\bigcup_I E(V, I) \neq X$.

([4]) BOURBAKI, *Topologie générale*, Chap. I, § 8, p. 44 (Paris, 1940).

([5]) *Leçons sur l'intégration* (Coll. Borel).

Il existe donc un E(V, I) d'intérieur non vide. En prenant les V d'une base d'entourage de type d'ordre ω_α, et avec une démonstration analogue, on montre l'existence d'un point commun à tous les intérieurs correspondants. Ce point est point de continuité pour f.

Lorsque les caractères de X, Y et S sont strictement inégaux, on peut obtenir des résultats plus particuliers :

Théorème 11. — *Si la puissance de* S *est strictement inférieure au caractère de* X, *toute limite de fonction continue est continue.*

Théorème 12. — *Si les caractères de* X *et* Y *sont différents, toute fonction continue de* X *dans* Y *est constante sur des ensembles ouverts et fermés de* X.

5. On peut, dans les espaces sphériques, définir les classes de fonctions par récurrence par la méthode de Baire. Les fonctions continues forment la première classe, et la classe φ est celle des fonctions limites de suites de type inférieur ou égal à ω_α de fonctions de classes inférieures. Les indices des classes seront nécessairement inférieurs à $\omega_{\alpha-1}$. On généralisera la notion d'ensemble de première catégorie dans X. Un tel ensemble sera la réunion des ensembles non denses d'une famille de puissance $\aleph_\beta$. Les démonstrations classiques [6] s'étendent sans difficulté pour montrer que : *Pour toute fonction de classe* φ *il existe un ensemble* X' *de première catégorie tel que la restriction de la fonction à* X — X' *soit continue.* La démonstration donnée plus haut montre que si X est quasi compact-β, X — X' n'est pas vide. Le problème se pose de savoir dans quel cas les classes existent. Le théorème 3 montre qu'il n'en est pas toujours ainsi.

6. On peut enfin définir des classes F_σ et G_δ d'ensembles boréliens généralisés, $F_\sigma(G_\delta)$ étant la classe des réunions (intersections) de puissance $\aleph_\beta$ de fermés (ouverts). Tout fermé est un G_δ, tout ouvert un F_σ. Toute réunion de fermés en puissance inférieure au caractère de X est un fermé. Si f est une fonction de première classe, G un ouvert, F un fermé de Y, $f^{-1}(G)$ est un F_σ, $f^{-1}(F)$ un G_δ.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorèmes taubériens généraux.*
Note de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

1. *Préliminaires.* — Dans tout ce qui suit, $N(u)$ est une fonction réelle ou complexe de la variable réelle u, définie pour $u > 0$, sommable sur l'intervalle $(0, +\infty)$, ainsi que $N(u)\log u$, et telle que $\int_0^{+\infty} N(u)\,du = 1$.

$s(t)$ est une fonction réelle ou complexe de la variable réelle t, définie pour $t > 0$, mesurable et bornée sur tout intervalle fini $(0, L)$.

([6]) C. Kuratowski, *Fund. Math.*, 5, 1924, pp. 75-86.

E désigne un ensemble quelconque de nombres réels positifs, supposé non borné supérieurement, et λ une variable réelle supérieure à 1.

A la fonction $s(t)$, on associe une fonction w de E et λ, susceptible de prendre une valeur réelle finie ou la valeur $+\infty$, définie par

$$w(E, \lambda) = \overline{\lim_{\substack{t \to +\infty \\ t \in E}}} \left\{ \operatorname*{Sup}_{t \leq t' < \lambda t} |s(t') - s(t)| \right\}.$$

Dans le cas où $s(t)$ est supposée réelle, on pose encore

$$-\varpi'(E, \lambda) = \underline{\lim_{\substack{t \to +\infty \\ t \in E}}} \left\{ \operatorname*{Inf}_{t \leq t' < \lambda t} [s(t') - s(t)] \right\},$$

$$\varpi''(E, \lambda) = \overline{\lim_{\substack{t \to +\infty \\ t \in E}}} \left\{ \operatorname*{Sup}_{\frac{t}{\lambda} < t' \leq t} [s(t') - s(t)] \right\}.$$

Pour E fixé, chacune des fonctions considérées est une fonction non décroissante de λ et, comme elle est positive ou nulle, si elle est finie pour λ assez voisin de 1, elle tend vers une limite finie positive ou nulle lorsque λ tend vers 1.

Dans le cas général, on désigne par $w(\lambda)$ la valeur de $w(E, \lambda)$ pour E égal à l'ensemble de tous les nombres réels positifs.

Ou bien $w(\lambda) = +\infty$ quel que soit λ, ou bien $w(\lambda) < +\infty$ quel que soit λ.

Dans le cas où $s(t)$ est réelle, on désigne par $\varpi(\lambda)$ la valeur commune de $\varpi'(E, \lambda)$ et $\varpi''(E, \lambda)$ pour E égal à l'ensemble de tous les nombres réels positifs.

Ou bien $\varpi(\lambda) = +\infty$ quel que soit λ, ou bien $\varpi(\lambda) < +\infty$ quel que soit λ.

II. On pose

$$\Phi(x) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{x} N\left(\frac{t}{x}\right) s(t)\, dt \qquad (x \text{ réel positif}).$$

THÉORÈME 1. — *Si* 1° $\int_0^{+\infty} N(t) t^{iu}\, dt \neq 0$ *quel que soit u réel*, 2° $w(\lambda) < +\infty$, 3° *quel que soit k réel positif, on a, pour x tendant vers* $+\infty$,

$$\Phi(kx) - \Phi(x) = \frac{\Phi(x)}{\log x} \log k + o[1],$$

alors, en posant

$$\int_0^{+\infty} N(u) \log \frac{1}{u}\, du = C,$$

on a quel que soit E

$$\overline{\lim_{\substack{t \to +\infty \\ t \in E}}} \left| s(t) - \Phi(t) - C \frac{\Phi(t)}{\log t} \right| \leq w(E, 1 + 0).$$

Si, en plus des hypothèses ci-dessus, $N(u)$ *et* $s(t)$ *sont réelles, on a*

$$-\varpi''(E, 1 + 0) \leq \underline{\lim_{\substack{t \to +\infty \\ t \in E}}} \left[s(t) - \Phi(t) - C \frac{\Phi(t)}{\log t} \right]$$

$$\leq \overline{\lim_{\substack{t \to +\infty \\ t \in E}}} \left[s(t) - \Phi(t) - C \frac{\Phi(t)}{\log t} \right] \leq \varpi'(E, 1 + 0).$$

Remarque. — L'hypothèse 3° est satisfaite en particulier si, pour x positif infiniment grand, $\Phi(x) = o[\log x]$ et, quel que soit k réel positif,

$$\Phi(kx) - \Phi(x) = o[1].$$

Alors on peut supprimer dans les inégalités ci-dessus le terme en $\Phi(t)/\log t$.

Théorème 2. — *Si $N(u)$ est réelle et positive ou nulle et si l'on suppose $s(t)$ réelle, on peut remplacer dans le théorème précédent l'hypothèse $w(\lambda) < +\infty$ par $\varpi(\lambda) < +\infty$, en ajoutant l'hypothèse qu'il existe trois nombres positifs x_0, h et M tels que, pour $x \geq x_0$ et $1 \leq k \leq 1 + h$, $\Phi(kx) - \Phi(x) \leq M$.*

Corollaires. — *a.* Soit $\rho(x)$ une fonction réelle ou complexe définie pour x réel positif assez grand, bornée, et telle que, pour x tendant vers $+\infty$, le produit $[\rho(kx) - \rho(x)] \log x$ tende vers zéro uniformément par rapport au paramètre réel positif k pour $\varepsilon \leq k \leq 1/\varepsilon$.

C ayant la même signification que plus haut, si l'on a, pour t tendant vers l'infini, $s(t) = \rho(t)[\log t + C] + a + o[1]$, on a, pour x positif infiniment grand, $\Phi(x) = \rho(x) \log x + a + o[1]$.

Le théorème 1 montre que, *si $\int_0^{+\infty} N(t) t^{iu}\, dt \neq 0$ pour tout u réel, la réciproque a lieu sous l'hypothèse que $w(\lambda) < +\infty$ et $w(1 + 0) = 0$.*

Le théorème 2 montre que, *si $N(u)$ est réelle et positive ou nulle et $\int_0^{+\infty} N(t) t^{iu}\, dt \neq 0$ pour tout u réel, la réciproque a encore lieu sous les hypothèses que $s(t)$ est réelle, $\varpi(\lambda) < +\infty$ et $\varpi(1 + 0) = 0$.*

b. Supposons que $\int_0^{+\infty} N(t) t^{iu}\, dt \neq 0$ pour tout u réel et posons

$$\int_u^{+\infty} N(t)\, dt = K(u).$$

Soit $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$ une suite de nombres réels positifs croissants et tendant vers $+\infty$, et soient $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ des coefficients réels ou complexes.

Si, pour x tendant vers $+\infty$, $\sum_1^{\infty} a_n K(\lambda_n/x)$ tend vers une limite finie S et si l'on a, pour $n \geq 2$,

$$(1) \qquad |a_n| \leq M \frac{\lambda_n - \lambda_{n-1}}{\lambda_n},$$

on a $\sum_1^{+\infty} a_n = S$.

b'. Si, dans l'énoncé précédent, on ajoute les hypothèses que $N(u)$ est réelle et positive ou nulle et que a_n est réel, on peut remplacer l'hypothèse (1) par

$a_n \geqq -M(\lambda_n - \lambda_{n-1})/\lambda_n$ *et la conclusion par*

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \sum_1^n a_j = S \quad \text{et} \quad \underline{\lim_{n\to\infty}} \sum_1^n a_j \geqq S - (1+\alpha)M \quad \text{avec} \quad \alpha = \underline{\lim_{n\to\infty}} \frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_n}.$$

Il suffit, d'ailleurs, que l'inégalité imposée à a_n ait lieu pour n assez grand.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur la majoration de certaines transformées*. Note de M. **Michel Loève**, présentée par M. Paul Montel.

Dans une Note récente aux *Comptes rendus*, M. R.-P. Boas (1) a étendu un résultat de M. Tagamlitzki (2) et simplifié la démonstration. Or, la propriété ainsi établie est un des cas particuliers des remarques qui suivent, relatives à la majoration de certaines transformées intégrales où la fonction intégrante est à variation bornée.

Les fonctions $\alpha(t)$ seront à variation bornée dans les intervalles d'intégration correspondants, et normalisées, c'est-à-dire que :

$$\alpha(t) = \frac{\alpha(t-0) + \alpha(t+0)}{2}.$$

Les fonctions $\beta(t)$ seront, de plus, non décroissantes.

1. Soient $\{a_n\}_1^\infty$ et $\{b_n\}_1^\infty$ deux suites de nombres réels. La relation

$$(1) \qquad |\Delta^p a_n| \leqq (-1)^p \Delta^p b_n$$

entraîne

$$b_n = \int_0^1 t^n d\beta(t).$$

La condition (1) *est nécessaire et suffisante pour que l'on ait*

$$(1') \qquad a_n = \int_0^1 t^n d\alpha(t)$$

avec

$$(M) \qquad |\Delta\alpha(t)| \leqq \Delta\beta(t),$$

l'accroissement d'argument étant $\geqq 0$.

2. Soient $a(x)$ et $b(x)$ deux fonctions réelles, continues dans un intervalle (I), λ_x des quantités réelles quelconques, x_k des points arbitraires de (I), $k = 1, 2, \ldots, n$, n (entier quelconque), et $A_n \equiv (x_1, \ldots, x_n)$.

La relation

$$(2) \qquad \left|\sum_{A_n}\sum_{A_n} a(x+y)\lambda_x\lambda_y\right| \leqq \sum_{A_n}\sum_{A_n} b(x+y)\lambda_x\lambda_y$$

---

(1) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 940.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1683.

entraîne

$$b(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-xt}\, d\beta(t) \quad \text{dans (I).}$$

La condition (2) *est nécessaire et suffisante pour que l'on ait*

(2′) $$a(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-xt}\, d\alpha(t) \quad \textit{dans (I)}$$

avec

(M) $$|\Delta\alpha(t)| \leq \Delta\beta(t).$$

3. Soient $\{a_n\}_{-\infty}^{+\infty}$ et $\{b_n\}_{-\infty}^{+\infty}$ deux suites de nombres, généralement complexes, avec

$$\bar{a}_{-n} = a_n,$$

les λ_i des quantités quelconques, généralement complexes, N un entier, arbitraire.

La relation

(3) $$\left| \sum_1^N \sum_1^N a_{i-j} \lambda_i \bar{\lambda}_j \right| \leq \sum_1^N \sum_1^N b_{i-j} \lambda_i \bar{\lambda}_j$$

entraîne

$$b_n = \int_{-\pi}^{+\pi} e^{int}\, d\beta(t).$$

La condition (3) *est nécessaire et suffisante pour que l'on ait*

(3′) $$a_n = \int_{-\pi}^{+\pi} e^{int}\, d\alpha(t)$$

avec

(M) $$|\Delta\alpha(t)| \leq \Delta\beta(t).$$

4. Soient $a(x)$ et $b(x)$ deux fonctions, généralement à valeurs complexes, continues sur $(-\infty, +\infty)$, avec

$$\bar{a}(-x) = a(x),$$

les λ_x des quantités quelconques, généralement complexes.

La relation

(4) $$\left| \sum_{\Lambda_n} \sum_{\Lambda_n} a(x-y) \lambda_x \bar{\lambda}_y \right| \leq \sum_{\Lambda_n} \sum_{\Lambda_n} b(x-y) \lambda_x \bar{\lambda}_y$$

entraîne

$$b(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ixt}\, d\beta(t).$$

La condition (4) *est nécessaire et suffisante pour que l'on ait*

$$(4') \qquad a(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ixt}\, d\alpha(t)$$

avec

$$(\mathrm{M}) \qquad |\Delta\alpha(t)| \leqq \Delta\beta(t).$$

Conséquences. — De (M) résultent immédiatement :

a. Les points d'invariabilité de $\beta(t)$ sont aussi points d'invariabilité de $\alpha(t)$. Par suite, si $\beta(t)$ est purement discontinue, il en est de même de $\alpha(t)$ et les sauts de $\beta(t)$ majorent les modules des sauts correspondants de $\alpha(t)$. M. Boas a étudié la relation (1) dans ce cas (avec a_n réels ou complexes) et la relation (3) dans le cas plus particulier où b_n se réduit à e^{int_0}.

b. Les points de continuité de $\beta(t)$ sont aussi points de continuité de $\alpha(t)$. Par suite, si $\beta(t)$ est continue, il en est de même de $\alpha(t)$. Si $\beta(t)$ est absolument continue, il en est de même de $\alpha(t)$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites et familles de représentations analytiques du* R^4. Note [1] de M. **Heinz Rutishauser**, présentée par M. Émile Borel.

Les résultats publiés par l'auteur dans les *Comptes rendus* [2] sont étendus ici aux suites et familles de représentations analytiques du R^4. Tandis que C. Caratheodory étudie dans un article les représentations holomorphes biunivoques d'un domaine fixe sur un autre domaine fixe, il ne sera fait ici aucune hypothèse sur le domaine image ni sur la biunivocité des représentations considérées.

L'espace R^4 est fermé par le groupe projectif. Une suite de points sera appelée convergente si elle est convergente au sens de la métrique euclidienne, ou bien si elle peut être transformée en une telle suite par une application projective non dégénérée appropriée.

Définition I. — Soit K_1, K_2, K_3 ... une suite de représentations méromorphes du domaine D. Soit P_0 un point intérieur de ce domaine. On appelle image limite $\mathcal{F}(F_0)$ du point P_0 par rapport à la suite $\mathcal{F}$ l'ensemble des points d'accumulation de toutes les suites $K_1(P_1)$, $K_2(P_2)$, $K_3(P_3)$, ..., lorsque P_1, P_2, P_3, ... parcourt toutes les suites de points qui convergent vers P_0.

Définition II. — La suite K_1, K_2, K_3, ... est appelée irréductible au point P_0, si l'ensemble $\mathcal{F}'(P_0)$ n'est pas un sous-ensemble proprement dit de $\mathcal{F}(P_0)$ pour aucune suite partielle $\mathcal{F}'$ de $\mathcal{F}$.

---

(1) Séance du 30 juin 1947.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1804.

Si la suite considérée $\mathcal{F}$ est irréductible au point P_0, l'image limite de P_0 est un point ou bien a les propriétés suivantes :

Théorème A. — *L'ensemble* $\mathcal{F}(P_0)$ *est connexe et a avec chaque plan caractéristique au moins un point commun.*

Définition III. — La suite $\mathcal{F}$ est appelée régulière au point P_0 si l'image limite de P_0 est un seul point.

Définition IV. — La suite est appelée quasi régulière dans le domaine D si l'ensemble des points irréguliers de la suite forme dans D un nombre fini de surfaces caractéristiques (ne couvre donc pas un domaine à 3 dimensions) et si, de plus, les points Q, dont l'image limite couvre un domaine à 3 dimensions, sont isolés. Les mots normal et quasinormal ont ici la même signification que dans l'étude des suites de fonctions méromorphes.

Contrairement à ce qui se présente dans l'étude des fonctions, il peut exister des points irréguliers isolés (même pour les représentations holomorphes). Le comportement de la suite dans le voisinage d'un tel point justifie de l'appeler une singularité essentielle.

Théorème B. — *Si la famille* S *de représentations méromorphes* K(P) *est telle que les images* K(D) *n'ont aucun point commun avec* 6 *plans caractéristiques fixes qui forment un quadrangle complet, cette famille est normale dans le domaine* D.

Théorème C. — *Si les images* K(D) *formées par la famille* S *considérée ci-dessus ont des points communs avec les* 6 *plans caractéristiques* $E_1, E_2, \ldots, E_6$, *mais de telle façon que les images réciproques des* 6 *plans sont des surfaces caractéristiques* $V_1, V_2, \ldots, V_6$ *dont l'ordre dans le domaine* D *ne dépasse pour aucune représentation de la famille* S *le nombre* q; *la famille* S *est quasinormale dans le domaine* D.

Application aux familles de représéntations projectives. — Il résulte du théorème C :

Théorème D. — *Une famille de représentations projectives du* R^4 *est quasinormale dans tout l'espace, et les points irréguliers, s'ils couvrent un domaine à* 2 *dimensions, forment un plan caractéristique.*

On peut même démontrer que, pour une suite irréductible de représentations projectives, seuls les 4 cas énumérés ci-dessous peuvent se présenter :

1. La suite est partout régulière et la représentation-limite est aussi une représentation projective; elle ne peut être dégénérée que si les représentations de la suite le sont.

2. La suite est régulière hors d'un plan caractéristique E. Pour chaque point Q de ce plan, $\mathcal{F}(Q)$ est un plan caractéristique. Les images-limite de tous les points hors du plan irrégulier E se confondent en un seul point.

3. La suite est régulière hors d'un point P; pour ce point $\mathcal{F}(P)$ est tout l'espace R^4. Le reste de l'espace est représenté (à la limite) sur un plan de l'espace-image.

4. La suite est régulière hors d'un plan caractéristique E. Pour chaque point Q de ce plan, $\mathcal{F}(Q)$ est un plan caractéristique E^* *indépendant de* Q.

En outre, il y a sur le plan irrégulier E un point P tel que $\mathcal{F}(P)$ est tout l'espace R^4. Tous les points hors de E sont représentés (à la limite) sur un seul et même point.

De cette énumération l'on tire encore les théorèmes suivants :

Théorème E. — *Si 4 points de l'espace* R^4, *parmi lesquels aucun triple ne se trouve dans un plan caractéristique, sont transformés par une suite de représentations projectives en 4 suites de points convergentes telles que parmi les 4 points-limites aucun triple ne se trouve dans un plan, la suite est régulière dans tout l'espace.*

Théorème F. — *Soit* P *un point régulier d'une suite* $\mathcal{F}$ *de représentations projectives, si les images de* P *convergent vers un point* P^* *de l'espace-image, et si la suite des représentations inverses est aussi régulière au point* P^*, $\mathcal{F}$ *est régulière dans tout l'espace.*

Équations intégrales. — *Sur des équations intégrales singulières ayant des solutions communes.* Note de M. **Maurice Parodi.**

I. Soit l'équation intégrale singulière en $F(y)$

$$F(y) = \lambda \int_0^\infty K(y, z)\, F(z)\, dz. \tag{1}$$

Cherchons la relation que doit satisfaire le noyau $K(y, z)$ pour que cette équation ait une solution indépendante de λ.

Posons, au sens de Carson,

$$F(y) \supset f(p)$$

et supposons que

$$\int_0^\infty K(y, z)\, F(z)\, dz$$

soit l'original, relatif à y, d'une fonction de la forme $f(p^\lambda)$.

Pour qu'il en soit ainsi, on sait ([1]) que $K(y, z)$ doit être telle que l'on ait

$$K(y, z) \supset p^\lambda e^{-zp^\lambda}. \tag{2}$$

Dans ces conditions, l'image de la relation (1) s'écrit

$$f(p) = \lambda f(p^\lambda) \tag{3}$$

et admet la solution particulière indépendante de λ,

$$f(p) = \frac{1}{\log p}.$$

([1]) Voir, par exemple, M. Bayard, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 27; M. Parodi, *Bull. Sciences math.*, **69**, 1945, p. 174.

Ainsi, $K(y, z)$ satisfaisant à l'équation (2), les équations du type (1) auront une solution commune, qui est l'original de $1/\log p$.

Cet original est la fonction $\nu(y)$ de Serge Colombo [2];

$$\nu(y) = \int_0^\infty \frac{y^s}{\Gamma(1+s)} ds.$$

Ceci suppose que les intégrales aient un sens.

Par exemple, faisons $\lambda = 1/2$, il vient

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-\frac{z^2}{4y}}}{\sqrt{g}} = K(y, z) \supset p^{\frac{1}{2}} e^{-zp^{\frac{1}{2}}},$$

et $F(y) = \nu(y)$ est solution de l'équation

$$F(y) = \frac{1}{2\sqrt{\pi y}} \int_0^\infty e^{-\frac{z^2}{4y}} F(z)\, dz,$$

comme il est facile de le vérifier.

Prenons $\lambda = -1$, on obtient

$$z^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} J_1(2\sqrt{yz}) = K(y, z) \supset \frac{1}{p} e^{-\frac{z}{p}}$$

et l'équation

$$\frac{F(y)}{\sqrt{y}} = -\int_0^\infty J_1(2\sqrt{yz}) \frac{F(z)}{\sqrt{z}} dz$$

a pour solution $F(y) = \nu(y)$. Nous retrouvons un résultat établi par une autre voie par MM. P. Humbert et L. Poli [3].

II. Soit l'équation intégrale en $F(y)$

$$(4) \qquad \lambda F(y) = \int_0^\infty K(y, z) F(z)\, dz.$$

En raisonnant comme plus haut, il est facile de montrer que si le noyau a une image de la forme

$$p^\lambda e^{-zp^\lambda},$$

les équations du type (4) auront, quel que soit λ, une solution commune qui s'écrit

$$F(y) = -\log y - \gamma \qquad (\gamma = \text{const. d'Euler}).$$

Dans le cas particulier où $\lambda = 1/2$, il est facile de vérifier le résultat obtenu.

---

(2) *Bull. Sciences. math.*, 68, 1944, p. 204.

(3) *Bull. Sciences math.*, 67, 1943, p. 104.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une représentation des fonctions aléatoires.* Note de M. **Joseph Kampé de Fériet**, présentée par M. Henri Villat.

Une fonction aléatoire réelle $X(t)$ est définie au sens de Khintchine si, pour tout ensemble fini $(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ et $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$, on connaît

$$\text{Prob}[X(t_1) < \xi_1, X(t_2) < \xi_2, \ldots, X(t_n) < \xi_n]. \tag{1}$$

Je me propose d'indiquer une représentation des fonctions aléatoires commode dans plusieurs de leurs applications; *elle généralise à un ensemble abstrait mesurable l'épreuve aléatoire consistant à choisir une trajectoire dans l'écoulement permanent d'un fluide compressible.* Soient : 1° un ensemble abstrait Ω sur lequel on a défini une mesure (fonction d'ensemble non négative complètement additive), telle que Ω ait lui-même une mesure finie, soit $\text{mes}\,\Omega = 1$; 2° un groupe abélien T de transformations biunivoques T_t de Ω en lui-même, dépendant d'un paramètre continu $(-\infty < t < +\infty)$: $T_{t+s} = T_t T_s$ tel que si $E \subset \Omega$ est mesurable il en soit de même de $T_t E$ pour tout t; 3° une fonction numérique réelle $f(\omega)$, $\omega \in \Omega$, mesurable, c'est-à-dire telle que l'ensemble $E(f, \xi)$ des ω, où $f(\omega) < \xi$, soit mesurable pour tout ξ; 4° la catégorie d'épreuves aléatoires consistant à choisir un élément $\omega \in \Omega$ de telle sorte que, pour tout $E \subset \Omega$ mesurable : $\text{Prob}[\omega \in E] = \text{mes}\,E$. Il est clair qu'en posant [1]

$$X(t) = f(T_t\,\omega), \tag{2}$$

on définit une fonction aléatoire pour laquelle la probabilité (1) a pour valeur

$$\text{mes}[T_{-t_1}E(f, \xi_1) \cap T_{-t_2}E(f, \xi_2) \cap \ldots \cap T_{-t_n}E(f, \xi_n)]. \tag{3}$$

Pour ω donné l'ensemble $T_t\omega$, quand t varie, définit une trajectoire; l'épreuve revient donc à choisir celle-ci. Cette représentation contient celle proposée par J. L. Doob [2] qui se borne au cas où, Ω étant un ensemble de fonctions $\omega = \varphi(x)$, $(-\infty < x < +\infty)$, le groupe T est défini par $T_t\omega = \varphi(x+t)$. En laissant à l'ensemble Ω et au groupe T toute leur généralité, on gagne une souplesse précieuse pour l'emploi des fonctions aléatoires dans les problèmes de Mécanique statistique. Notons d'ailleurs que, d'après Doob, toute fonction aléatoire étant susceptible d'être représentée par sa méthode, il en est de même *a fortiori* de la nôtre, plus générale.

A un Ω et un T correspond ainsi un anneau [3] de fonctions aléatoires définies

---

[1] On passe au cas des fonctions aléatoires complexes en posant

$$X(t) = f(T_t\omega) + ig(T_t\omega).$$

[2] *Proc. Nat. Acad. Sc. Washington*, 20, 1934, p. 376.

[3] Cet ensemble de fonctions aléatoires est bien un anneau parce que si $X_1(t)$ et $X_2(t)$ lui appartiennent, il en est de même de $X_1 + X_2$, $X_1 . X_2$.

par l'ensemble des $f(\omega)$ mesurables sur Ω; dans un anneau de fonctions aléatoires on est naturellement conduit à distinguer certains sous-ensembles, comme ceux qui correspondent à $f \in L^p$ ($p \geq 1$) (les classes L^p correspondant à l'intégrale de Lebesgue construite avec la mesure définie sur Ω); la fonction aléatoire possède alors des moments d'ordre $k \leq p$

$$\overline{X(t_1)\ldots X(t_k)} = \int_\Omega f(T_{t_1}\omega)\ldots f(T_{t_k}\omega)\,d\mu(\omega).$$

Parmi les groupes opérant dans Ω, ceux qui conservent la mesure (fluide incompressible) définissent des fonctions aléatoires importantes; les fonctions aléatoires strictement stationnaires, c'est-à-dire telles que la probabilité (1) soit invariante pour toute translation de $(t_1, t_2, \ldots t_n)$; en effet, comme (3) s'écrit

$$\text{mes}\, T_{-t_1}[E(f; \xi_1) \cap T_{t_1-t_2}E(f; \xi_2) \cap \ldots \cap T_{t_1-t_n}E(f; \xi_n)],$$

il est évident que, pour que la fonction aléatoire soit strictement stationnaire, il faut et il suffit que T_t conserve la mesure quel que soit t.

Pour que toutes les fonctions aléatoires d'un anneau soient strictement stationnaires, il faut et il suffit que le moment d'ordre 1, $\overline{x(t)}$, soit indépendant de t pour toute $f \in L$; en effet, il en résulte que T conserve la mesure, comme on le voit en prenant pour $f(\omega)$ la fonction caractéristique d'un ensemble mesurable arbitraire.

MÉCANIQUE PROBABILISTE. — *Sur le corpuscule aléatoire à masse aléatoire.* Note de M. **Jean Bass**, présentée par M. Henri Villat.

I. Soit $X(t)$ un vecteur aléatoire à trois dimensions, admettant une dérivée en moyenne quadratique $U(t)$. On suppose que :

1° L'ensemble des six composantes de X, U admet une *densité de probabilité* $F(x_i, u_i, t)$.

2° Il existe un *opérateur linéaire* A opérant sur l'espace $\mathcal{E}$ des fonctions absolument sommables des x, u, tel que

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \left(A - \Sigma u_i \frac{\partial}{\partial x_i}\right)F. \tag{1}$$

3° En chaque point x_i, A admet un *adjoint* A^* opérant sur l'espace $\mathcal{E}^*$ des fonctions $\psi(u_i)$ mesurables bornées, tel que

$$\int \psi AF\,du = \int FA^*\psi\,du, \qquad du = du_1\,du_2\,du_3.$$

4° Comme conséquence de la dérivabilité de X, $\int AF\,du = 0$ ou $\overline{A^*(1)} = 0$, la barre désignant une moyenne liée en x_i.

On en déduit l'*équation générale de transfert*

$$(2)\qquad \frac{\partial}{dt}\varphi\overline{\psi}+\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\varphi\overline{\psi u_i}=\varphi\overline{\mathrm{A}^*\psi},\qquad \varphi=\int \mathrm{F}\,du,$$

qui, pour $\psi=1$, se réduit à l'*équation de continuité* hydrodynamique. S'il existe un nombre $p\geq 2$ tel que $|\mathrm{F}u_i^p|$ soit sommable, on peut prendre $\psi=u_i$ et $\psi=\Sigma u_i^2$. On sait (¹) que l'on obtient ainsi les *équations hydrodynamiques et thermodynamiques d'un fluide*.

II. Une généralisation naturelle consiste à considérer comme *aléatoires*, non seulement X et U, mais aussi la *masse m* du corpuscule (prise jusqu'ici comme unité). Soit F la densité de probabilité des X_i, U_i, m. On pose $p_i=mu_i$, $\mathrm{F}\,du\,dm=f\,dp\,dm$, $\mathrm{F}=mf$. On admet comme ci-dessus l'existence d'un opérateur linéaire opérant sur les fonctions absolument sommables des x_i, p_i, pourvu en chaque point x_i d'un adjoint A^*, et tel que f vérifie l'équation fonctionnelle

$$(3)\qquad m\frac{\partial f}{\partial t}+\Sigma p_i\frac{\partial f}{\partial x_i}=\mathrm{A}f.$$

La dérivabilité de X impose la condition $\overline{\mathrm{A}^*(m^{-1})}=0$. L'équation de transfert s'écrit ici

$$(4)\qquad \frac{\partial}{\partial t}\varphi\overline{m\psi}+\sum\frac{\partial}{\partial x_i}\varphi\overline{p_i\psi}=\varphi\overline{\mathrm{A}^*\psi},\qquad \varphi=\int f\,dp\,dm.$$

Pour $\psi=1$ et $\psi=u_i$, elle fournit les équations hydrodynamiques d'un fluide ayant pour *densité* $\rho_0=\varphi\overline{m}$, dont la *vitesse d'ensemble* v_i et la *vitesse d'agitation* u''_i sont données par les formules $\rho_0 v_i=\overline{\rho u_i}$, $u_i=v_i+u''_i$. $\rho=\varphi m$ est la densité aléatoire. Ce fluide est soumis au *champ de forces* $(\varphi/\rho_0)\overline{\mathrm{A}^*(u''_i)}$ et aux *tensions* $-\overline{\rho u''_i u''_j}$. En général, il n'y a pas conservation de la masse, et la vitesse d'ensemble n'est pas égale à $\overline{u}_i$, sauf en l'absence de corrélation entre u_i et ρ. On doit noter que $\overline{\rho u''_i}=0$.

III. En *mécanique relativiste*, la masse est fonction de la vitesse. La masse du corpuscule aléatoire est donc aléatoire. Introduisons deux constantes certaines m_0, c. Posons $x_4=ct$, $p_4=mc$. Considérons les x_i et les p_i comme les composantes de vecteurs contrevariants, f comme un scalaire, A comme un opérateur scalaire. Si l'on remplace ψ par les composantes d'un tenseur, (4) fournit un système d'équations invariantes aux transformations affines de l'espace à quatre dimensions

$$(5)\qquad \sum_{i=1}^{4}\frac{\partial}{\partial x_i}\varphi\overline{p_i\psi}=\varphi\overline{\mathrm{A}^*\psi},$$

qui, pour $\psi=p_i$, constituent des équations hydrodynamiques.

(¹) G. Dedebant et Ph. Wehrlé, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1790; J. Bass, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 272.

Introduisons la transformation de Lorentz et limitons-nous pour simplifier à une seule dimension d'espace. On a alors :

$$u_1 = u, \qquad p_4^2 - p_1^2 = m^2c^2 - m^2u^2 = m_0^2c^2.$$

Définissons la densité aléatoire ρ, la densité ρ_0, la densité dans le mouvement d'ensemble ρ_1 et la vitesse d'ensemble v par les formules

$$\rho m_0 = \varphi m^2, \qquad \rho_0 m_0 = \varphi \overline{m^2}, \qquad \rho_1 m_0 = \frac{\varphi m_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \qquad \rho_0 m_0 v = \varphi \overline{m^2 u}.$$

La vitesse d'agitation sera donnée par la formule relativiste de composition des vitesses

$$u = \frac{v + u''}{1 + \frac{v}{c^2}u''} \quad \text{et l'on a} \quad \rho = \varphi m_0 \frac{\left(1 + \frac{v}{c^2}u''\right)^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\left(1 - \frac{u''^2}{c^2}\right)}.$$

Les équations hydrodynamiques tirées de (5) conservent la forme classique à condition de prendre comme tensions les quantités

$$\frac{c^2}{m_0}\varphi\left[m_0^2 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\overline{m^2}\right] = \varphi m_0 c^2\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right).$$

Dans l'approximation newtonienne où v/c et u''/c sont négligeables, on vérifie à la limite que $\overline{u''} = 0$, que ρ_0 se réduit à φm_0 et les tensions à $-\varphi m_0 \overline{u''^2}$.

L'équation de transfert de la masse contient en première approximation l'équation thermodynamique classique.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Calcul du couple exercé sur un ellipsoïde de révolution en rotation dans un milieu visqueux indéfini.* Note (¹) de M. **Jacques Huetz**, présentée par M. Henri Villat.

Poursuivant l'étude de viscosimètres absolus à solides tournants, nous avons été amené à constater que des formules déjà établies pour des ellipsoïdes étaient contredites par l'expérience. En utilisant une méthode indiquée par H. de Beaumont, qui consiste à passer des variables r, z de l'équation (1) aux variables ξ, η définies ci-dessous, et caractérisant des ellipsoïdes homofocaux, nous avons calculé le moment exercé sur l'un d'eux par un fluide visqueux indéfini.

Reprenons (²) l'équation fondamentale à laquelle satisfait la distribution des

---

(¹) Séance du 23 juin 1947.

(²) Voir *Comptes rendus*, 223, 1946, pp. 534-537; M. Brillouin, *Leçons sur la viscosité*, 1907, p. 90; E. Goursat, *Leçons d'analyse*, 1, p. 158.

vitesses dans le cas des équations de Stokes linéarisées

(1) $$\frac{\partial^2\omega}{\partial r^2}+\frac{3}{r}\frac{\partial\omega}{\partial r}+\frac{\partial^2\omega}{\partial z^2}=0 \quad \text{ou} \quad \Delta_{rz}\omega+\frac{3}{r}\frac{\partial\omega}{\partial r}=0.$$

Par ailleurs, les ellipsoïdes homofocaux aplatis peuvent être représentés par l'équation $r^2/c^2\,\text{ch}^2\xi+z^2/c^2\,\text{sh}^2\xi=1$, ce qui revient à $r=c\,\text{ch}\,\xi\cos\eta$, $z=c\,\text{sh}\,\xi\sin\eta$.

Dans l'équation fondamentale, passons des variables r, z, aux variables ξ, η. C'est une transformation conforme, car

$$r+iz=c\,\text{ch}\,\xi\cos\eta+ic\,\text{sh}\,\xi\sin\eta=c\,\text{ch}\,(\xi+i\eta).$$

Utilisons les propriétés classiques de ces transformations. Si $r=\text{P}(\xi\eta)$, $z=\text{Q}(\xi\eta)$. On a

(2) $$\Delta_{rz}\omega\times c^2(\text{sh}^2\xi\cos^2\eta+\text{ch}^2\xi\sin^2\eta)=\Delta_{\xi\eta}\,\omega.$$

Par ailleurs

$$\frac{\partial r}{\partial r}=1=\frac{\partial r}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial r}+\frac{\partial r}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial r},$$

$$0=\frac{\partial z}{\partial r}=c\left(\frac{\partial\xi}{\partial r}\,\text{ch}\,\xi\sin\eta+\frac{\partial\eta}{\partial r}\,\text{sh}\,\xi\cos\eta\right),$$

d'où l'on tirera $\partial\xi/\partial r$, $\partial\eta/\partial r$ qui, portés dans le terme $(3/r)\,\partial\omega/\partial r$, donne

$$\frac{3}{r}\left(\frac{\partial\omega}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial r}+\frac{\partial\omega}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial r}\right)$$

et l'équation (1) où le terme $\Delta_{rz}\omega$ aura lui-même été remplacé par sa valeur tirée de (2) devient

$$\Delta_{\xi\eta}\,\omega+3\frac{\partial\omega}{\partial\xi}\,\text{th}\,\xi-3\frac{\partial\omega}{\partial\eta}\,\text{tg}\,\eta=0.$$

Sachant qu'une solution constante aux limites est déterminée de façon unique ω doit être fonction de ξ seul

$$\frac{\partial^2\omega}{\partial\xi^2}+3\,\text{th}\,\xi\frac{\partial\omega}{\partial\xi}=0 \quad \text{d'où} \quad \omega=\text{K}\left(\frac{\text{sh}\,\xi}{\text{ch}^2\xi}-\text{arc tg}\frac{1}{\text{sh}\,\xi}\right)+\text{C}.$$

La considération de $\omega=0$ à l'infini et de $\omega=\omega_0$ sur le solide intérieur d'excentricité $e=1/\text{ch}\,\xi$ détermine les deux constantes

$$\text{C}=0,\qquad \text{K}=\frac{\omega_0}{e\sqrt{1-e^2}-\text{arc sin}\,e}.$$

Si $\xi\to\infty$, l'ellipsoïde extérieur est assimilable à une sphère dont le rayon $\text{R}^2=r^2+z^2\to c^2\,\text{sh}^2\xi$, on a sur cette sphère

$$\text{M}=\frac{8\pi\eta\omega_0c^3}{e\sqrt{1-e^2}-\text{arc sin}\,e}\left[\text{sh}^3\xi\left(\frac{\text{sh}\,\xi}{\text{ch}^2\xi}-\text{arc tg}\frac{1}{\text{sh}\,\xi}\right)\right].$$

Si $\xi\to\infty$, le terme entre crochets tend vers $2/3$

(3) $$\text{M}=\frac{2}{3}\,\frac{8\pi\eta\omega_0c^3}{e\sqrt{1-e^2}-\text{arc sin}\,e}.$$

Pour les ellipsoïdes allongés, on aurait de même en portant dans l'équation $r^2/c^2 \operatorname{ch}^2\xi + z^2/c^2 \operatorname{sh}^2\xi = 1$, et en conduisant un calcul analogue

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + 3 \coth \xi \frac{\partial \omega}{\partial \xi} \text{ de solution } \omega = K\left(\frac{\operatorname{ch}\xi}{\operatorname{sh}^2\xi} + \log \operatorname{th}\frac{\xi}{2}\right).$$

En introduisant e dans la valeur de K

$$K = \frac{\omega_0}{\left(\dfrac{e}{1-e^2} - \log\sqrt{\dfrac{1+e}{1-e}}\right)},$$

le moment sera

$$M = \frac{2}{3}\,\frac{8\pi\eta\omega_0 c^3}{\dfrac{e}{1-e^2} - \log\sqrt{\dfrac{1+e}{1-e}}}.$$

On passe immédiatement au cas du disque circulaire plan en faisant tendre e vers 1 dans la formule (3) : $\mathbf{M} = (32/3)\eta c^3 \omega_0$. Nous avons soumis ces formules au contrôle expérimental suivant le processus déjà indiqué. Les moments ont été mesurés sur deux ellipsoïdes en duralumin poli tels que, $2a = 5^{\text{cm}}$, $2b = 2^{\text{cm}}$, l'un aplati, l'autre allongé, chaque mesure étant suivie d'une mesure sur une sphère de référence de 5^{cm} de diamètre pour contrôler que nous étions dans le domaine de vitesse et de viscosité qui répondent au mouvement circulaire plan, et l'on a vérifié que les équations de Stokes s'appliquent toujours. Dans ces conditions, les moments mesurés ont coïncidé avec les moments calculés par les formules ci-dessus, aux erreurs d'expérience près, qui sont de l'ordre de 2 %.

AÉRODYNAMIQUE. — *Couche limite en écoulement supersonique.* Note (1) de M. **Jean Fabri**, présentée par M. Joseph Pérès.

Considérons un profil placé dans un écoulement supersonique. Nous pouvons définir trois zones :

(A) une zone très voisine du profil où les effets de viscosité sont importants; cette zone, qui est la couche limite, est en général très étroite et son épaisseur ne devient un peu importante que dans la zone de décollement;

(B) une zone de transition, où les effets de viscosité sont faibles, mais où l'écoulement tend progressivement vers un écoulement non perturbé;

(C) l'écoulement non perturbé jusqu'à l'infini.

Pour l'étude de la couche limite nous admettrons que l'écoulement dans la zone (B) est celui d'un fluide non visqueux, déterminé uniquement par les conditions en amont du profil et par la vitesse de l'écoulement le long de la frontière des zones (A) et (B).

---

(1) Séance du 28 mai 1947.

Le profil sera défini par l'angle $\alpha(s)$ que fait avec la corde OC la tangente au point d'abscisse curviligne s, comptée le long du profil. La couche limite a une épaisseur $\delta(s)$ mesurée suivant la normale au profil et définie comme ordonnée de la bordure des zones (A) et (B). La vitesse le long de cette bordure est $U(s)$, la densité $\rho(s)$; ces grandeurs ne dépendent que de l'angle $\alpha(s)+\theta(s)$ que la vitesse fait avec OC, $\theta(s)$ étant l'angle de la vitesse et de la paroi au point d'abscisse curviligne s.

Soient $w(s, y)$ et $\rho(s, y)$ la vitesse et la densité dans la couche limite, l'ordonnée y considérée étant mesurée le long de la normale au profil au point d'abscisse curviligne s.

L'équation de conservation de la masse pour un élément de volume de la couche limite s'écrit

$$\int_0^{\delta} \rho w\, dy - \int_0^{\delta+d\delta} \rho w\, dy + \rho_u U(\cos\theta\, d\delta - \sin\theta\, ds) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{d}{ds}\int_0^{\delta} \rho w\, dy = \rho_u U \cos\theta\left(\frac{d\delta}{ds} - \operatorname{tg}\theta\right). \tag{2}$$

Dans l'étude de la couche limite, on définit généralement une épaisseur de déplacement de débit δ^* par la relation

$$\delta^* = \int_0^{\delta}\left(1 - \frac{\rho w}{\rho_u U}\right) dy; \tag{3}$$

or $\rho_u U$ ne dépend pas de y, donc

$$\int_0^{\delta} \rho w\, dy = \rho_u U(\delta - \delta^*). \tag{4}$$

L'équation de conservation de la masse s'écrit donc

$$\frac{d}{ds}[\rho_u U(\delta - \delta^*)] = \rho_u U \cos\theta\left(\frac{d\delta}{ds} - \operatorname{tg}\theta\right). \tag{5}$$

Soit θ_0 l'angle de la vitesse au bord d'attaque, immédiatement en aval de l'onde de choc ou de la dernière caractéristique de la détente de Meyer en ce point; posons $\omega = \theta - \theta_0$.

Nous pouvons supposer que δ admet un développement de la forme

$$\delta = \omega^r(a_0 + a_1\omega + \ldots). \tag{6}$$

Comme $\int_0^{\delta} \rho w\, dy < \rho_u U\delta$, nous pouvons écrire d'après (4)

$$\rho_u U(\delta - \delta^*) = \mu(x)\rho_u U\delta \qquad \text{avec} \quad \mu(x) < 1.$$

Donc $\delta^* = (1 - \mu)\delta$. Et

$$\delta^* = \omega^r(b_0 + b_1\omega + \ldots). \tag{7}$$

L'équation (5) s'écrit alors

$$(8)\qquad \frac{d}{ds}\Big[\rho_u U \omega^r (a_0 - b_0 + (a_1 - b_1)\omega + \ldots)\Big] = \rho_u U \cos(\theta_0 + \omega)\left[\frac{d}{ds}\omega^r(a_0 + a_1\omega + \ldots) - \operatorname{tg}(\theta_0 + \omega)\right].$$

Comme $\rho_u U$ n'est fonction que du nombre de Mach amont et de l'angle $\alpha(s) + \theta(s) = \theta_0 + \omega + \alpha$ que fait la vitesse avec OC, l'équation (8) est une équation différentielle définissant la variation de ω, donc de la vitesse, le long du profil. r, θ_0 et les coefficients a et b dépendent du nombre de Mach amont, de l'incidence, du nombre de Reynolds et de la rugosité de la paroi.

Cas de la plaque plane avant le décollement. — Le long d'une plaque plane, avant le décollement, θ_0 et ω sont infiniment petits. Dans ce cas, il est possible de développer en série $\rho_u U$ par rapport à ω. En appelant $\rho_0 U_0$ la valeur de $\rho_u U$ pour $\omega = 0$, c'est-à-dire au bord d'attaque, nous aurons

$$(9)\qquad \rho_u U = \rho_0 U_0 (1 + C_1\omega + C_2\omega^2 + \ldots),$$

C_1, C_2, ... étant des coefficients que nous pouvons déterminer par la théorie des écoulements supersoniques ([2]). Comme $\theta_0 + \omega$ est très petit nous pouvons mettre l'équation (7) sous la forme

$$(10)\qquad \frac{ds}{d\omega} = \frac{\omega^{r-1}(A_0 + A_1\omega + \ldots)}{\left(\theta_0 + \omega - \frac{(\theta_0 + \omega)^3}{6} + \ldots\right)(1 + C_1\omega + \ldots)}.$$

En première approximation, nous pouvons écrire

$$(11)\qquad \frac{ds}{d\omega} = \frac{\omega^{r-1}(A_0 + A_1\omega)}{(\theta_0 + \omega)(1 + C_1\omega)}.$$

On ne dispose pas actuellement de résultats expérimentaux permettant de déterminer les constantes qui interviennent dans l'équation (11). Les courbes expérimentales connues ([3]) montrent que $(d\omega/ds) = 0$ pour $\omega = 0$, c'est-à-dire que $r - 1 < 0$. D'autre part, comme au bord d'attaque nous devons avoir $\delta = 0$, r doit être positif; nous devons donc avoir

$$0 < r < 1.$$

De plus, la forme des courbes expérimentales connues rentre bien dans les courbes intégrales de l'équation (11).

([2]) LAITONE, *Exact and approximate solutions of two dimensional oblique shock flow* (*Journ. of the Aeron. Sciences*, janvier 1947).

([3]) FERRI, *Atti di Guidonia*, n° 17.

AÉRODYNAMIQUE. — *La couche-limite de Prandtl avec d'importants gradients de vitesses.* Note [1] de M. **Gabriel Viguier**, présentée par M. Joseph Pérès.

Nous envisageons le cas de l'écoulement plan d'un fluide incompressible s'effectuant d'une façon stationnaire, sans forces extérieures, le long de l'axe des x_1 considéré comme paroi rigide et venant du côté des x_2 positifs.

A l'extérieur de la couche-limite, l'écoulement peut être considéré comme libre de frottement et doué d'un potentiel; aussi nous pouvons admettre que, à la limite, la vitesse V croît proportionnellement à une puissance m quelconque de x_1.

Nous avons donc $V = kx_1^m$, ce qui permet d'ailleurs de ramener l'équation d'équilibre du fluide à une équation différentielle ordinaire.

Soit φ la fonction-courant définie par les égalités

$$u_1 = -\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}, \qquad u_2 = \frac{\partial\varphi}{\partial x_1}.$$

Les termes complémentaires du troisième ordre, qui interviennent dans les composantes de Stokes par suite de l'existence de gradients de vitesse élevés, s'écrivent

$$N_1^{(3)} = -D\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1\,\partial x_2}\right)^3 - \frac{D}{4}\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1\,\partial x_2}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2}\right)^2;$$
$$T_3^{(3)} = \frac{D}{8}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2}\right)^3 + \frac{D}{2}\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1\,\partial x_2}\right)^2,$$

où D est un coefficient de viscosité de dimension $ML^{-1}T^{-1}$ que nous avons déjà défini [2].

Nous allons faire le double changement de fonction et de variable (V. N. Falkner et S. W. Skan, *Phil. Mag.*, 12, 1931)

$$\varphi(x_1, x_2) = (k\nu x_1^{m+1})^{\frac{1}{2}}\,\psi(x_1, \eta), \qquad \eta = \left(\frac{k x_1^{m-1}}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} x_2.$$

Introduisant le nombre de Reynolds R et le nombre T sans dimension

$$R = \frac{V x_1}{\nu}, \qquad T = \rho\,\frac{x_1^2}{DV},$$

l'équation différentielle, définissant la couche limite, s'écrit

$$(1)\quad \begin{aligned} &m(\psi'^2 - 1) - \frac{m+1}{2}\psi''\psi + \psi''' + \alpha_1\psi''^2 + \alpha_2\psi'^3 + \alpha_3\psi'\psi''\psi''' \\ &\qquad + (\alpha_4\psi'^2 + \alpha_5\psi''^2)\psi''' + (\alpha_6\psi'' + \alpha_7\psi')\psi'\psi'' = 0 \end{aligned}$$

où les sept coefficients α_i sont fonctions des quantités m, R, T et η.

---

(1) Séance du 30 juin 1947.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 713.

Nous trouvons là le cas où l'on considère un obstacle en forme de coin dont l'axe est parallèle à la direction de l'écoulement; ce coin a un angle au sommet θ qui est donné par l'expression

$$\theta(m-1)=2m\pi.$$

Nous pouvons remarquer que, faisant $m=1$, nous obtenons l'équation différentielle signalée dans notre Note citée en référence (a).

L'équation réduite, obtenue en annulant la quantité $1/T$ dans l'expression différentielle (1) a été résolue arithmétiquement par D. R. Hartree qui préfère la fonction inconnue y de la variable x, définie par

$$y(x)=-\sqrt{\frac{m+1}{2}}\,\psi(\eta); \qquad x=\sqrt{\frac{m+1}{2}},$$

le paramètre choisi étant $\beta=2m/(m+1)$.

HYDRAULIQUE. — *Sur l'étude graphique d'oscillations forcées dans un tuyau couplé à des systèmes oscillants.* Note [1] de M. **Roger Kling** présentée par M. Jean Cabannes.

Le problème se pose dans les dispositifs d'injection mécanique de combustibles liquides pour moteurs à combustion interne, la pompe étant le plus souvent reliée à l'injecteur par une tuyauterie de longueur telle qu'il n'est pas possible de négliger les phénomènes de propagation.

En général, le dispositif se compose d'une tuyauterie de section constante, dont l'élasticité propre est négligeable, à l'une des extrémités de laquelle la loi de variation du débit est imposée par le profil d'une came commandant le mouvement du piston P de la pompe. A l'autre extrémité, une aiguille A formant soupape, chargée par un ressort R, règle l'admission du combustible à l'orifice O; la section σ d'écoulement par cet orifice est une fonction de la position de l'aiguille. Il est nécessaire en outre de tenir compte de l'influence d'une capacité $V=V_1+V_2$ et de celle d'une soupape de retenue r. Enfin, le début et la fin du refoulement étant déterminés par le piston P lui-même, masquant ou démasquant l'orifice d'admission a, il en résulte des effets d'étranglement qui accroisssent la durée du refoulement.

La loi imposée pour le débit en B étant très éloignée d'une loi sinusoïdale, la solution analytique complète du problème présente des difficultés insurmontables. Une solution approchée peut être obtenue par la méthode d'approximation graphique de M. Louis Bergeron [2].

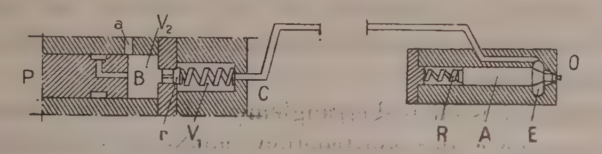
Cette méthode, appliquée jusqu'ici principalement à l'étude des surpressions

---

(1) Séance du 16 juin 1947.

(2) *Mémoires de la Société des Ing. Civ. de France*, fasc. 4, 1937, p. 407.

dans les conduites forcées (³), permet de déterminer de proche en proche sur un graphique débit-pression (Q, P) les états successifs du fluide en des points quelconques de la conduite, si l'on connaît l'état initial et les conditions imposées aux limites. Ici l'état initial est un état de repos et la condition



imposée en B est, $Q_B = Q(t)$, fonction connue du temps. Pour tenir compte de la capacité V, il suffit d'écrire l'équation de continuité : $Q_B = Q_c + \chi V\, dP/dt$, ($\chi$ coefficient de compressibilité adiabatique du liquide), soit pour un petit intervalle de temps $(i-1, i) = \Delta t$ choisi comme unité :

$$Q_c^i = Q_B^i - K(P^i - P^{i-1}) \qquad \left(\text{avec} \quad K = \frac{\chi V}{\Delta t}\right).$$

Cette relation, linéaire entre Q_c^i et P^i, si P^{i-1} est connu, est représentée sur le graphique (Q, P) par une droite dont le point d'intersection avec la droite caractéristique correspondant à l'onde parvenant en C à l'instant i donne l'état du fluide à cet instant.

A l'extrémité aval, tant que $P_E < p_0$ (p_0, pression d'ouverture), on a $Q = 0$. Lorsque $P_E > p_0$, l'équation du mouvement de l'aiguille est

$$(1) \qquad \frac{M}{s}\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{C\,dx}{s\,dt} + \frac{F}{s} = P_E$$

(x déplacement de l'aiguille, M masse en mouvement, C coefficient de frottement, F force exercée par R, s section soumise à la pression), soit de la forme $P_1 + P_2 + P_3 = P_E$. Le premier terme s'écrit en remplaçant P_1 par sa valeur moyenne dans l'intervalle $(i-1, i)$,

$$P_1^i = -P_1^{i-1} + K_1(q^i - q^{i-1}), \qquad \text{avec} \quad K_1 = \frac{2M}{s^2\,\Delta t}, \qquad q = \frac{s\,dx}{dt},$$

équation d'une droite D_1^i.

De même le second terme s'écrit $P_2 = K_2 q$, équation d'une droite D_2.

Quant au troisième, en tenant compte des phénomènes de propagation dans le ressort, il lui correspond une droite D_3^i.

L'équation (1) conduit à tracer la droite Δ^i obtenue en ajoutant pour une même valeur de l'abscisse q les ordonnées de D_1^i, D_2 et D_3^i. Tant que l'écoulement n'a pas commencé, l'intersection de Δ^i avec la droite caractéristique de l'onde parvenant en E à l'instant i fait connaître l'état du liquide en E à cet instant.

(³) Voir, par exemple, L. Escande, *Comptes rendus*, 18, 1944, p. 386.

Lorsque l'orifice est ouvert, la condition $P_E = k^i(q')^2$ [avec $k^i = \rho/2(\sigma_i)^2$, q' débit de l'orifice] est représentée par une parabole Π^i, et la condition, $Q_E = q + q'$, conduit à tracer la parabole $(\Pi')^i$ obtenue en ajoutant les abscisses de Π^i et de Δ^i pour une même valeur de l'ordonnée P_E et à prendre son intersection avec la droite caractéristique de la tuyauterie. Des approximations successives sont nécessaires, la section σ^i n'étant connue qu'à l'instant $i - 1$ lors de la recherche du point i.

Pour tenir compte des effets d'étranglement de l'orifice d'admission a et de l'inertie de la soupape r, des constructions analogues aux précédentes sont applicables.

CHALEUR. — *Sur une relation approximative entre l'amplitude diurne de variation de température et la radiation journalière globale sur une surface horizontale.* Note de M. **Hippolyte Parodi**, présentée par M. Albert Caquot.

Des essais effectués à la Compagnie du Chemin de fer d'Orléans, il y a une vingtaine d'années, sur des voitures munies du chauffage électrique à 1500 volts, courant continu, ont montré que l'échauffement de l'air interne variait non pas proportionnellement à la puissance de chauffage W, mais suivant la loi empirique

$$\theta = k W^{\alpha},$$

l'exposant α étant voisin de 0,5 pour la plupart des véhicules essayés.

Les puissances de chauffage ont varié pendant ces essais de 60 à 360 watts par mètre cube. Dans des essais effectués sur des locaux de construction normale, nous avons trouvé des valeurs de l'exposant α comprises entre 0,4 et 0,8. Ce résultat expérimental est en contradition formelle avec les règles admises par les techniciens pour les études pratiques de chauffage des locaux. Il était donc intéressant d'examiner si ce résultat n'était pas applicable à d'autres cas, par exemple au phénomène naturel de chauffage de l'air par le rayonnement solaire, chauffage réalisé en très grande partie par l'intermédiaire du sol fonctionnant à la fois comme accumulateur et comme radiateur de chaleur.

Nous avons donc cherché à déterminer comment variait le rapport

$$\frac{\Delta\theta}{\int \sqrt{W}\, dt},$$

W étant la puissance instantanée de la radiation et $\Delta\theta$ l'amplitude journalière des températures.

Ces calculs étant fort longs, nous les avons simplifiés en déterminant d'abord la valeur de la radiation globale journalière déduite des relevés effectués au

Parc Saint-Maur de 1928 à 1946 et en calculant le rapport $10\,\Delta\theta/\sqrt{q}$ pour les différents mois de l'année.

Nous avons, ensuite, corrigé ce rapport en déterminant, pour chaque mois, un coefficient de correction $\sqrt{q}\Big/\int\sqrt{W}\,dt$, en partant des valeurs moyennes de W aux différentes heures de la journée pour le mois considéré. Les calculs des coefficients de correction ont été effectués pour l'année 1946, considérée comme normale. Les variations de ce rapport sont dues, en majeure partie, aux variations des durées d'insolation.

Le tableau ci-dessous montre que le rapport $\Delta\theta\Big/\int\sqrt{W}\,dt$ varie relativement peu alors que le rapport $q/\Delta\theta$ varie d'un mois à l'autre et d'une année à l'autre d'environ 300 à environ 2000.

Les variations de $\Delta\theta/\sqrt{q}$ pour tous les mois et toutes les années de la période considérée 1928-1946 sont assez notables mais elles se groupent bien par rapport aux valeurs moyennes sauf quelques points anormaux; elles ne dépassent pas $\pm 20\,\%$.

Mois.	$\Delta\theta$ (°).	Q mensuel.	q journalier moyen.	$\sqrt{q}$.	$\frac{10\,\Delta\theta}{\sqrt{q}}$.	Coefficient année 1946 $\frac{\sqrt{q}}{\int\sqrt{W}dt}$.	Valeur corrigée $\frac{10\,\Delta\theta}{\sqrt{q}}\,\frac{\sqrt{q}}{\int\sqrt{W}dt}$.
Janvier...	5,55	2378	76,7	8,75	0,633	0,88	0,555
Février...	6,62	3749	133,8	11,50	0,575	0,97	0,557
Mars.....	9,54	7837	252,8	15,90	0,600	1,05	0,640
Avril	10,30	10327	344,2	18,50	0,556	1,13	0,640
Mai......	10,50	18637	439,9	21,00	0,500		
Juin	10,80	14734	491,1	22,20	0,485	1,20	0,580
Juillet ...	10,50	14400	464,5	21,50	0,489		
Août	10,70	12082	389,7	19,70	0,544	1,10	0,595
Sept.	10,30	8919	297,3	17,20	0,599	1,03	0,617
Octobre..	8,20	5444	173,6	13,20	0,620	0,95	0,590
Nov......	6,20	2620	87,3	9,35	0,662	0,85	0,560
Déc......	5,10	1945	62,7	7,91	0,645	0,89	0,575

Les expériences de M. Godard [1], faites sur des sols de limon soumis à des radiations plus ou moins tamisées, ont fourni des valeurs corrélatives de l'amplitude de la température superficielle du sol $\Delta\theta$ et de la radiation globale q. L'examen du tableau ci-après montre que, conformément à notre règle approximative, le rapport $\Delta\theta/\sqrt{q}$ ou, ce qui revient au même, $\Delta\theta/\sqrt{f}$, a bien à peu près la même valeur pour les expériences faites.

---

[1] *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 624.

	Parcelle recevant une fraction f de la radiation.		
	100 %.	50 %.	35 %.
Radiation reçue du lever du Soleil à 13[h] (q).....	353	177	123
Amplitude de la température superficielle ($\Delta\theta$)...	38,8	27,5	23,7
Valeur de $\sqrt{f}$..................................	10	7,06	5,9
» $\Delta\theta/\sqrt{f}$..................................	3,88	3,89	4,01

Des vérifications de notre règle sont en cours pour d'autres laboratoires que le Parc Saint-Maur; elles permettront de voir si la valeur de 0,5 admise pour l'exposant α est bien celle qui correspond au minimum de variation du rapport $\dfrac{\Delta\theta}{\int W^{\alpha}\,dt}$.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Bruit de fond électromagnétique dû aux vagues de la mer.* Note de M. **Yves Rocard**, présentée par M. Jean Cabannes.

En vue de la réception de certains signaux radioélectriques faibles, j'ai été conduit à remarquer que l'agitation de la mer était une cause de bruit électromagnétique, du fait que des éléments conducteurs se déplacent dans le champ magnétique terrestre. Soit l une certaine longueur de houle prise parallèlement aux rouleaux, soit dS une section transversale : l'élément de volume $l dS$ de la houle voit naître une force électromotrice d'induction

$$E = H l v_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right),$$

H étant la composante verticale du champ magnétique terrestre, avec $v_0 = r\omega$ si $2r$ est l'amplitude totale de la houle et ω la vitesse angulaire du cercle qui roule avec la houle, de longueur d'onde λ ou, si l'on préfère, la pulsation de la houle examinée en un point fixe. Cette force électromotrice fait passer un courant qui se referme ailleurs dans la mer de résistance d'abord négligeable, mais repasse dans l'élément qui constitue pratiquement toute la résistance

$$r = \rho \frac{l}{dS},$$

du circuit; d'où, pour le courant $i = E/r$,

$$i = \frac{H r \omega}{\rho} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) dS.$$

Mais la houle voit son amplitude diminuer avec la hauteur selon une loi exponentielle. Soit h la hauteur efficace de houle, dx une largeur prise dans la direction de la propagation de la houle,

$$dS = h\,dx.$$

Nous aurons en ampères (avec ρ en ohms par cm^3)

$$i = \frac{H}{\rho} rh\omega\, 10^{-8} \sin\left(\omega t - \frac{2rx}{\lambda}\right) dx.$$

Ce courant qui parcourt l'épaisseur dx en x produit à l'origine $x = 0$ un champ magnétique qui vaudrait,

$$dh_1 = \frac{H}{\rho} rh\omega\, 10^{-9} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \frac{dx}{x},$$

si le courant était concentré dans un fil, mais nous avons expliqué qu'il occupait la hauteur h. Une intégration approchée nous donne un ordre de grandeur du champ total

$$H_1 \sim \frac{H}{\rho} \pi rh\omega\, 10^{-9} \sin \omega t.$$

La force électromotrice de bruit dans un récepteur quelconque sera proportionnelle à dH_1/dt, dont l'amplitude est de l'ordre de $dH_1/dt \sim (H/\rho)\, \pi rh\omega^2\, 10^{-9}$.

Si la houle n'est pas sinusoïdale, le nombre d'harmoniques dans la bande de fréquence $\Delta\nu$ est $2\pi\Delta\nu/\omega$ et l'amplitude de l'harmonique à la fréquence ν peut être supposée environ $(\omega/2\pi\nu)^2$ fois celle du fondamental.

Si ν est la fréquence de l'harmonique n de la houle, il faut remplacer ω^2 par $n^2\omega^2$ dans la formule précédente et multiplier par

$$\left(\frac{\omega}{2\pi\nu}\right)^2 = \frac{1}{n^2},$$

pour tenir compte de la nouvelle amplitude; les deux effets se compensent, ce qui amène à conclure qu'avec la distribution d'amplitude en $1/n^2$ on aura autant de bruit sur chaque harmonique. Composant alors au hasard les amplitudes de bruit des harmoniques de la bande $\Delta\nu$, nous obtenons

$$\left(\frac{dH}{dt}\right) \sim \frac{H}{\rho} \pi rh\omega_0^2\, 10^{-9} \sqrt{\frac{2\pi\Delta\nu}{\omega_0}},$$

où ω_0 est la pulsation de la houle.

Numériquement : $\rho = 22$ ohms $\times$ cm/cm², $H = 0{,}5$ gauss, $r = 3^m$, $h = 8^m$, $\omega_0 \sim 2$ nous donnerait, en gauss par seconde,

$$\frac{dH}{dt} = 1{,}2 \,.\, 10^{-4} \sqrt{\Delta\nu}.$$

A partir de cette valeur de dH/dt, caractéristique d'un état de mer déjà agitée, on peut calculer les signaux de bruits qui naîtraient dans un aérien donné. Il serait d'ailleurs imprudent d'appliquer la formule en haute fréquence parce que notre distribution d'harmoniques de la houle n'y présente pas de sens, mais dans certains cas particuliers, en basse fréquence, on trouve que le bruit de fond dont nous venons de signaler l'origine est à considérer.

OPTIQUE. — *Sur les variations des biréfringences avec la longueur d'onde et la température*. Note de M. **Marc Barbaron**, présentée par M. Aimé Cotton.

J'ai montré [1] qu'on utilisait deux types de formules de dispersion de biréfringence, ce qui revenait à classer schématiquement les biréfringences dans le domaine visible en deux types suivant que, dans l'ultraviolet, le spectre ordinaire du corps présente par rapport au spectre extraordinaire des dissymétries de position ou d'intensité. En appelant B la biréfringence et en posant $R = (n^2 - 1)/(n^2 + 2)$ les deux formules types sont :

$$B = K.R^2 \frac{(n^2+2)^2}{n} \quad \text{et} \quad B = K' R \frac{(n^2+2)^2}{n},$$

dont la première est équivalente à la formule de Havelock, la deuxième à celle de Servant [2].

Un simple calcul d'après les données expérimentales permet de déterminer quelle formule est préférable pour un corps : pour une biréfringence artificielle il est facile de comparer la constance de B/R à celle de B/R^2 ; pour une biréfringence naturelle, celle de Re/R_0 à celle de $(1/R_0) - (1/Re)$.

On trouve généralement que la deuxième formule est satisfaisante ou préférable à la première. Les dissymétries d'intensité des bandes d'absorption sont donc la cause principale des biréfringences. C'est encore le cas, malgré les apparences, de cristaux dichroïques (cinabre) où le décalage entre les limites d'absorption des rayons ordinaire et extraordinaire amènerait plutôt à imaginer un décalage des fréquences d'absorption. Il ne se trouve pas d'exemple d'un simple décalage. Il doit cependant exister un exemple de ce premier type de biréfringence, celui de la biréfringence diamagnétique d'un corps solide telle qu'elle fut prévue par Voigt, mais qui n'est pas mesurable, et dont la cause est vraiment un décalage $\pm \Delta\nu$ de l'ensemble des spectres.

Il y a donc lieu de remplacer généralement la formule de dispersion de Havelock par la nouvelle formule

$$B = K' \frac{(n^2-1)(n^2+2)}{n},$$

alors que celle de Havelock est équivalente à $(n^2 - 1)(n^2 + 2)/n(\nu_0^2 - \nu^2)$.

L'expression nouvelle contient implicitement l'influence de la densité d.

Elle donne non seulement la dispersion en λ, *mais aussi grossièrement la variation avec la température*. Elle donnerait celle-ci correctement si R/d en était indépendant, ce qui n'est qu'approximatif, et si R_e/R_0 par exemple, ne dépendait pas du tout de λ.

---

(1) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 944.

(2) *Journ. de Phys.*, **4**, 1943, pp. 105-119.

Cette formule de dispersion est valable pour les biréfringences par orientation moléculaire. Il se trouve que la théorie de Langevin conduit d'ailleurs à cette même fonction de l'indice. C'est à tort (et *par erreur* si on la considère comme fonction de λ) qu'on la transforme toujours [3] en $(n^2+2)^2\, d/n$, pour simplifier, ou en $(n^2-1)^2/nd$ pour retrouver l'expression de Havelock.

La supériorité de la nouvelle formule dans bien des cas ressort des calculs effectués par R. Servant. Pour d'autres corps où aucun des deux schémas de dissymétrie n'est satisfaisant (calcite), les nombres expérimentaux sont compris entre les nombres théoriques qui résultent des deux formules. En résumé, on peut dire approximativement que les biréfringences sont souvent plus près de varier en n^2-1 qu'en $(n^2-1)^2$.

Il serait intéressant d'étudier (*en lumière polarisée pour les substances biréfringentes*), les spectres d'absorption jusqu'à l'ultraviolet lointain, et leur évolution avec la température. Souvent les mesures d'indices de réfraction en fonction de la température manquent aussi pour de telles interprétations théoriques. Aussi ai-je entrepris de contribuer à combler ces lacunes.

IONS DANS LES GAZ. — *Aérosols de barbotage et moment électrique moléculaire du liquide*. Note [1] de M. **Gérard Vassails**, présentée par M. Aimé Cotton.

Vers 1910 de nombreux expérimentateurs, notamment M. Maurice de Broglie, ont étudié l'ionisation gazeuse par barbotage, écrasement de gouttes, pulvérisation ou agitation des liquides. De leurs travaux il a résulté la classification des liquides en trois catégories. La première comprend ceux qui mettent en suspension dans le gaz un aérosol entièrement chargé, la seconde un aérosol entièrement neutre mais « chargeable », c'est-à-dire capable, si l'on ionise par un rayonnement γ ou X, le gaz qui le contient, de capturer des petits ions pour transformer une fraction de ses particules en gros ions. M. Maurice de Broglie mit en évidence également, chez les liquides de la première catégorie, une remarquable anomalie : lorsqu'on expose au rayonnement γ l'aérosol chargé issu du barbotage, les petits ions produits par le rayonnement neutralisent cet aérosol, à cause de leur recombinaison avec ses particules de signe adverse, mais ensuite, une fois devenues neutres, et contrairement à ce qui se passe avec les liquides de la deuxième catégorie, ces particules se révèlent inaptes à capturer de nouvelles charges; tout se passe comme si, au contact des petits ions, elles avaient purement et simplement disparu.

« Jusqu'à présent, écrivait Maurice de Broglie en 1909, rien de bien net ne permet de *prévoir* dans quelle catégorie se rangera un corps (liquide) donné. »

---

(3) Sauf R. Servant et aussi Goldet (*Annales de Physique*, **10**, 1938, p. 193) qui utilisent la formule correcte pour éliminer la densité.

(1) Séance du 9 juin 1947.

Il notait cependant que les liquides de la première catégorie possèdent le pouvoir ionisant. Or, il semble qu'aujourd'hui cette discrimination soit rendue possible par la considération des moments électriques permanents des molécules liquides. Voici, en effet, la valeur de cette grandeur pour les corps étudiés par Maurice de Broglie :

1re catégorie.	Moment .10¹⁸.	2e catégorie.	Moment .10¹⁸.
Eau	1,83	Benzène	0
Acide sulfurique	?	Pentane	0
Alcool méthylique	1,69	Hexane	0
» éthylique	1,67	Toluène	0,35
Aldéhyde éthylique	2,69	Xylène *para*	0 ou 0,12
Acétone	2,95	» *ortho*	0,58
Aniline	1,51	» *méta*	0,37
Phénol (dissous dans C_6H_6)	1,57	Chloroforme	0,99
		Essence de térébenthine	?
		Tétrachlorure de carbone	0
		Sulfure de carbone	0

Manifestement, ce sont les molécules à forte polarité qui donnent au barbotage un aérosol entièrement chargé, les autres produisant au contraire un aérosol neutre et *chargeable*.

J'ai effectué quelques expériences de contrôle sur des liquides non étudiés par Maurice de Broglie. Certains ont vérifié la prévision, d'autres comme le nitrobenzène et le mésitylène n'ont produit ni corpuscules chargés ni corpuscules *chargeables*. Mais Maurice de Broglie avait rencontré une troisième catégorie de liquides présentant cette anomalie (huile de vaseline, glycérine, mercure). Cette catégorie grouperait, pour des raisons à élucider, des corps aussi bien de moment permanent élevé (nitrobenzène, glycérine) que faible (huile de vaseline, mésitylène, mercure). Il faudrait discriminer si le barbotage dans ces liquides ne donne pas d'aérosol de pulvérisation, ou si celui-ci est très instable, ou s'il est inapte à capturer des ions.

Les particules de ces aérosols sont en effet, selon toute probabilité, constituées par des microgouttelettes, et c'est le double problème de la stabilité de ces gouttelettes et de leur pouvoir d'adsorber des ions sur leur surface qui se trouve posé dans l'explication de ces phénomènes. On peut concevoir, par exemple, qu'une molécule fortement polaire soit plus facile à rompre en deux ions au cours de la pulvérisation du liquide. Les microgouttelettes obtenues seront alors chargées; dipôles et ions s'ordonnant par les forces électrostatiques, la structure de la goutte ressemblera à celle d'un cristal à réseau d'ions. Au contraire, si la polarité moléculaire est faible, les gouttes seront neutres, leur cohésion sera assurée surtout par les forces de Van der Waals et par les attractions entre dipôles locaux (réseau moléculaire). Or la volatilité d'un liquide dépend beaucoup de la polarité et de la polarisabilité de sa molécule. Elle est plus

grande pour les réseaux de molécules que pour les réseaux d'ions; il n'est donc pas impossible que la neutralisation d'une très petite goutte chargée, en détruisant un réseau d'allure ionique, provoque la vaporisation. Celle-ci, d'ailleurs, est d'autant plus rapide que le rayon de la microgouttelette est petit. Dans le cas de l'eau pure, il est effectivement très faible (4 à $5, 10^{-7}$ cm). Dans ces conditions, il n'est pas improbable que les gros ions du barbotage dans l'eau distillée ne soient stables qu'électrisés, et qu'ils puissent se volatiliser aussitôt neutralisés par les petits ions du rayonnement γ.

Quant à l'aptitude d'une gouttelette neutre à adsorber des ions, elle dépendra non seulement de la polarité totale de la molécule ainsi que de sa polarisabilité dans le champ de l'ion, mais aussi de la manière dont les molécules se disposeront à la surface de la goutte. Elles peuvent en effet présenter vers l'extérieur de cette surface des dipôles locaux dont les effets s'ajouteront ou au contraire s'annuleront mutuellement, ou bien présenter une extrémité dépourvue de champ extérieur. L'état d'*association* du liquide peut en particulier influer : on sait que des molécules fortement polaires peuvent s'associer en groupes astatiques. Peut-être est-ce le cas des liquides de la 3e catégorie, dont les gouttelettes seraient alors inaptes à adsorber des charges.

Quoi qu'il en soit, ces remarques montrent qu'une étude systématique de la relation entre le comportement d'un liquide au barbotage et les moments électriques de ses molécules doit se montrer fructueuse.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur l'origine de la sensibilité spectrale des émulsions photographiques dans l'ultraviolet.* Note de Mme **Arlette Vassy** et M. **Étienne Vassy**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans une récente Note (1), nous avons exposé les modifications que subissait une émulsion Lippmann non chromatisée au bout d'un certain temps de stockage et montré en particulier que la sensibilité spectrale augmente d'une façon importante (d'autant plus importante que la maturation a été plus poussée) dans une étroite région du spectre.

Nous avons repris la même étude sur une émulsion commerciale, positive, utilisée pour les films de cinéma. Les plaques étaient spécialement fabriquées pour nous par la Société Kodak-Pathé, et nous en prenions possession le jour même de leur émulsionnage.

En effet, nous avions dans un précédent travail (2) étudié la sensibilité spectrale de cette émulsion après stockage et trouvé une courbe présentant un important maximum à 3800 Å, suivi vers les courtes longueurs d'onde d'une diminution rapide de la sensibilité. Ce résultat en apparence contraire à

---

(1) A. Vassy, P. Schonne et E. Vassy, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 910.

(2) A. Vassy, R. Pinoir et E. Vassy, *Science et Ind. Phot.*, **26**, 1945, p. 249.

la loi d'Einstein, et qui se retrouve avec les émulsions chromatisées, est jusqu'ici resté inexpliqué.

Nous avons donc étudié l'émulsion au cours de son vieillissement; dans les premiers jours, de 0 à 20 jours, la sensibilité spectrale (correspondant à des densités de 0,10 à 0,50) s'amorce à 5000 Å et va en croissant vers les courtes longueurs d'onde jusqu'à 2500 Å où s'arrêtent nos mesures. Donc, comme pour les émulsions Lippmann fraîches, cette sensibilité s'explique parfaitement par la courbe d'absorption du sel d'argent de l'émulsion.

Au bout de deux mois la courbe de sensibilité pour les mêmes densités s'est modifiée; vers 3500 Å apparaît un épaulement indiquant un léger accroissement de sensibilité. Au bout de trois mois et demi, la courbe présente un large maximum allant de 3500 à 4500 Å; à 4000 Å, la sensibilité est plus de deux fois la sensibilité à 3250 Å.

Pour la densité 0,90, voisine de la densité 1,00 choisie dans la précédente étude [2], on ne constate aucune évolution remarquable, la courbe présentant un maximum à 3700 Å, d'ailleurs plus aplati que celui que nous avions trouvé; mais les révélateurs étant différents, les résultats ne peuvent être rigoureusement comparables

Pour les faibles densités, l'apparition de cette bande de sensibilité sur le bord de la bande d'absorption caractéristique du bromure d'argent fait penser immédiatement à la bande U découverte par Hilsch et Pohl [3], sur les cristaux d'halogénures alcalins. Il n'a pas été fait d'étude de la bande U dans les émulsions au bromure d'argent, mais on doit remarquer que la bande de sensibilité que nous avons vu se former se place, comme la bande U, sur le bord de grande longueur d'onde de la bande d'absorption du Br Ag.

Malgré de nombreux travaux, la formation de cette bande Y et des centres U correspondants est encore mal connue; on sait toutefois que la température joue un rôle important dans sa formation; la présence de traces d'impuretés, hydrogène, ions nitrate, etc., intervient également. Il apparaît nettement dans nos expériences que la bande est d'autant plus marquée que la maturation est plus poussée, cette maturation ne faisant qu'amorcer un phénomène qui se développe ensuite au cours du stockage. Il est difficile d'entrer davantage dans le mécanisme de production de cette bande de sensibilité puisque les auteurs ne sont pas d'accord sur la nature des centres U.

Quant à la sensibilité pour les fortes densités, elle n'est pas susceptible de prime abord de la même explication puisque l'émulsion fraîche donne le même résultat que l'émulsion stockée. La variation de sensibilité spectrale avec la densité (ou plus exactement avec l'intensité de la lumière employée) peut être attribuée à l'une des causes suivantes : ou bien la formation du germe de développement est gênée aux fortes intensités par la charge négative immédia-

---

([3]) *Göttingen Nachrichten*, 1933 et 1936.

tement constituée sur le centre d'attraction et cela d'autant plus que le grain de BrAg est plus photo-sensible, c'est-à-dire que la longueur d'onde est plus courte, ou bien le déplacement des électrons libérés se fait d'autant plus mal et par suite les germes ont d'autant plus de mal à se former que le volume dans lequel ils sont libérés est plus petit. Or quand la longueur d'onde diminue, l'épaisseur que peut atteindre la lumière diminue rapidement; la présence dans un réseau cristallin d'un grand nombre d'électrons hors de leur place normale, en modifiant la répartition du potentiel, doit modifier la conductibilité photoélectrique du cristal. En fait, pour les courtes longueurs d'onde, certains auteurs ont constaté qu'il n'y avait pas de conductibilité photoélectrique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Variation de la réfraction moléculaire en fonction de la température. Application à un cas de tautomérie.* Note (¹) de M. **Jacques Metzger.**

La variation, en fonction de la température, de la réfraction moléculaire (R) d'un corps pur peut être représentée, en première approximation, par une droite dont l'équation se calcule aisément. Si un composé présente une courbe $R(t)$ différente de celle que l'on obtient par le calcul, on peut admettre que son comportement thermique est celui d'un *mélange* dont les caractéristiques sont fonction de la température.

Nous avons développé d'autre part (²) les raisons qui nous laissent présumer l'existence d'un équilibre tautomère pour le 2-méthylbenzthiazole [sans préjuger, pour autant, des possibilités que présente ce composé vis-à-vis des phénomènes de mésomérie, au sens de B. Eistert (³)]. Or la courbe expérimentale $R(t)$, obtenue avec cette substance, est loin de présenter l'aspect d'une droite. Il est donc intéressant d'examiner une telle hypothèse à la lumière des considérations précitées.

Hypothèse de tautomérie. — Une tautomérie pure du 2-méthylbenzthiazole, abstraction faite des possibilités de mésomérie, peut être représentée par le schéma suivant :

S, N, C—CH_3 ⇌ S, N—H, C=CH_2

(I). (II).

(¹) Séance du 30 juin 1947.

(²) Ch. Courtot et J. Metzger, *Bull. Soc. Sc. de Nancy, N. S.*, 6, pp. 3 et 49.

(³) *Tautomerie und Mesomerie*, Stuttgart, 1938.

Calcul des réfractions moléculaires théoriques pour ces deux molécules. — En combinant les données réfractométriques de K. v. Auwers et ses collaborateurs [4] et celles de Eisenlohr [5] sur les incréments atomiques de l'atome d'azote hétérocyclique et ceux des doubles liaisons endo- et semi-cycliques, on obtient pour les composés (I) et (II) les réfractions moléculaires suivantes, données ici uniquement pour la raie D du sodium, et correspondant à une température de 20° : $R_I = 44,276$ et $R_{II} = 44,861$.

Calcul de l'équation des droites $R_I(t)$ et $R_{II}(t)$. — En remplaçant dans la formule de Lorentz-Lorenz l'indice de réfraction n et la densité d par leur expression en fonction de la température, puis en développant en série, on aboutit finalement aux équations cherchées. Nous utiliserons les expressions $n(t)$ et $d(t)$ établies expérimentalement pour des composés cycliques voisins du 2-méthylbenzthiazole et dont la constitution ne dépend certainement pas de la température, ce sont [6] :

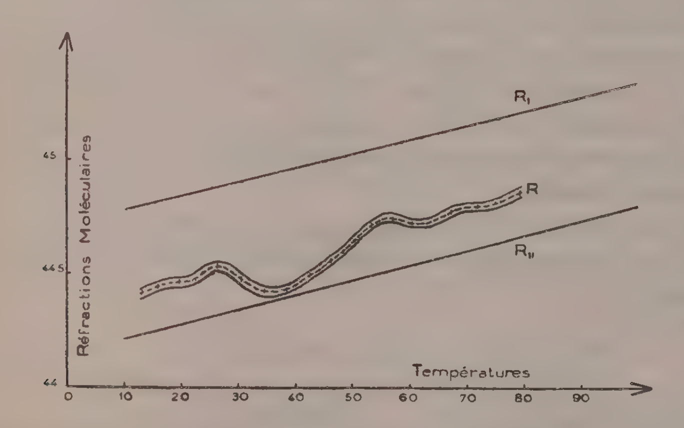
$$n_t^D = n_0^D - 0,490.10^{-3}t \qquad \text{et} \qquad d_t = d_0 - 0,925.10^{-3}t.$$

La méthode de calcul indiquée plus haut conduit aux équations

$$R_I^D(t) = 44,148 + 0,6472.10^{-2}t - 0,359.10^{-6}t^2 \qquad \text{avec} \quad \Delta R \leqq 0,0047.$$

$$R_{II}^D(t) = 44,719 + 0,7128.10^{-2}t + 0,214.10^{-6}t^2 \qquad \text{avec} \quad \Delta R \leqq 0,0055.$$

Mesures expérimentales.. — Elles sont traduites par le graphique suivant, dans lequel la courbe médiane figure l'ensemble des valeurs expérimentales



(4) K. v. Auwers et Kholhaas, *Jour. für pr. Ch.*, 2e série, **108**, 1924, p. 325; K. v. Auwers et B. Ottens, *Ber. d. Chem. Ges.*, 57, 1924, p. 457.

(5) *Zeits. für phys. Ch.*, 75, 1911, p. 605.

(6) Van der Hulst, *Tr. Ch. des Pays-Bas*, **54**, 1935, p. 518; Eykmann, *Tr. Ch. des Pays-Bas*, 14, 1895, p. 185; Meyer et Heck, *Zeits. für phys. Ch.*, **100**, 1921, p. 316.

de $R^{D}(t)$, et les deux courbes extérieures les valeurs limites possibles pour $R^{D}(t)$, compte tenu des erreurs expérimentales. Précision : $\Delta R/R \leq 0{,}06$ % [7].

Interprétation de ces résultats. — Dans l'hypothèse d'une tautomérie pure du 2-méthylbenzthiazole, ce composé pourrait être considéré comme le résultat d'un équilibre entre les deux formes (I) et (II), dont les proportions varieraient en fonction de la température. En vertu de l'additivité des réfractivités spécifiques, on pourrait même déduire de la courbe $R(t)$ la variation en fonctiou de la température de ces proportions. On constaterait ainsi que pour $30° < t < 50°$, le 2-méthylbenzthiazole répond à peu près uniquement à la formule (I), tandis que pour les températures extérieures à cet intervalle, il renfermerait environ 70 % de (I).

L'étude de la mésomérie relative à ce composé est en cours et apportera, nous l'espérons, la lumière sur le comportement assez inattendu de cette très importante matière première de l'industrie des sensibilisateurs photographiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'oxydation de l'aluminium en atmosphère humide*. Note [1] de MM. **Nicolas Cabrera** et **Jean Hamon**, présentée par M. Albert Pérard.

1. Il est bien connu que la vapeur d'eau a une influence très importante sur l'oxydation des métaux. MM. P. Morize et P. Lacombe [2] ont mis en évidence cette influence dans le cas de l'aluminium. Nous avons repris cette étude en employant la méthode suivante : des couches d'aluminium presque opaques (facteur de transmission $T \sim 0{,}05$) ont été préparées par évaporation dans un vide de 10^{-5} mm Hg. L'augmentation de T, due à l'oxydation de l'aluminium, a été ensuite mesurée pendant que ces couches étaient soumises à divers degrés d'humidité. L'épaisseur d d'aluminium attaqué peut être estimée d'après la formule

$$d = \text{const.} + \frac{\lambda}{4\pi k} \log_e T,$$

où λ est la longueur d'onde, k le facteur d'extinction de l'aluminium que nous prenons égal à ~ 6, et où l'on suppose la couche d'oxyde parfaitement transparente.

2. La figure 1 donne la variation de l'épaisseur d d'aluminium attaqué, en présence d'une atmosphère d'air contenant une pression de vapeur d'eau égale à 0; 0,25; 0,50; 0,75 et une fois la tension de vapeur saturante à 10°C.

---

(7) Le réfractomètre de Pulfrich que nous avons utilisé a déjà servi à faire des mesures d'indices à des températures allant jusqu'à 140° (P. Peticolas, *Thèse*, Nancy, 1926, p. 80; M. Chaix, *Thèse*, Nancy, 1936, pp. 87-88; J.-P. Zwilling, *Thèse*, Nancy, 1938, p. 40). Les résultats de ces intéressantes mesures ont permis d'élucider des problèmes de structure.

(1) Séance du 30 juin 1947.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 658; *Journées des états de surface*, p. 242.

Ces courbes ont surtout un intérêt du point de vue relatif; la valeur absolue peut être erronée de $\pm$ $0^{m\mu},3$.

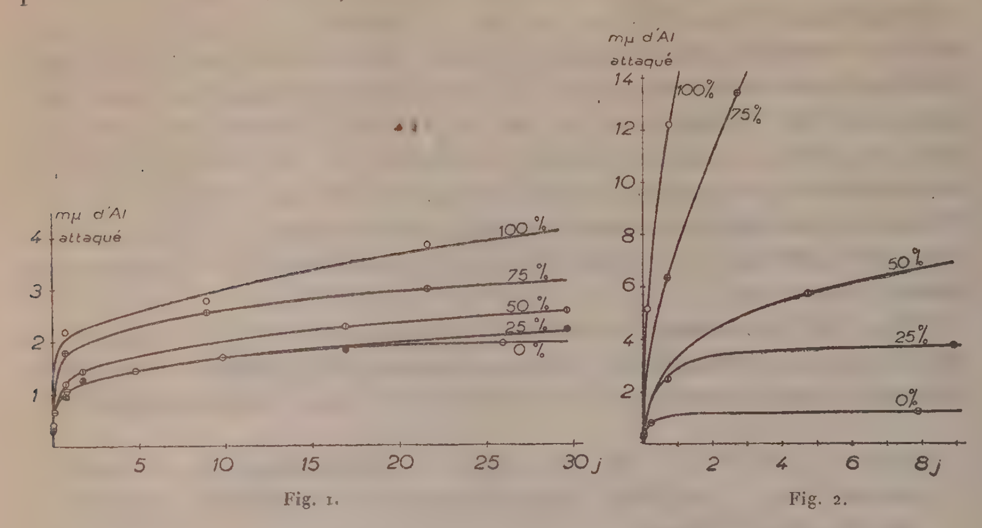


Fig. 1.

Fig. 2.

3. Il était aussi intéressant d'étudier l'influence de la vapeur d'eau sur l'oxydation en présence d'ozone. La figure 2 montre la variation en fonction du temps de l'épaisseur *d* d'aluminium attaqué, pour les mêmes degrés d'humidité que la figure 1. L'atmosphère d'ozone, très concentrée, a été produite par la méthode utilisée par M. Vassy ([3]). Dans une atmosphère sèche, l'oxydation de l'aluminium est la même en présence d'oxygène ou d'ozone ([3]), mais, pour une atmosphère humide l'influence est beaucoup plus sensible en présence d'ozone qu'en présence d'oxygène. Malheureusement, nous n'avons pas encore pu obtenir jusqu'à maintenant une uniformité parfaite lorsque l'attaque est assez profonde (plus de $5^{m\mu}$ d'aluminium), en raison peut-être des impuretés emprisonnées pendant l'évaporation de l'aluminium dans un vide imparfait.

4. Il est essentiel de connaître quelle est la composition de la couche formée. En présence d'air ou d'ozone sec, il se forme une couche d'oxyde Al_2O_3 anhydre, caractérisée par sa dureté malgré sa faible épaisseur. Par contre, en présence d'eau, la couche devient très molle; la différence est très nette entre une couche oxydée à haute température et une couche oxydée en présence d'ozone très humide, même si les épaisseurs d'oxyde sont du même ordre de grandeur. Nous en déduisons que, en présence de vapeur d'eau, il se forme une couche d'hydroxyde. Nous avons d'autre part essayé de transformer cette couche d'hydroxyde en oxyde anhydre, le résultat étant contrôlé seulement par le changement de la dureté de la couche. D'abord, un séjour prolongé dans une atmosphère sèche ou dans le vide n'a apporté aucun changement.

([3]) N. Cabrera, J. Terrien et J. Hamon, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1558.

Ensuite, nous avons essayé de chauffer de plus en plus; pour les températures inférieures à 100° C., on constate une certaine augmentation de la dureté, mais celle-ci n'est pas encore comparable à celle des couches d'oxyde anhydre.

5. La théorie de l'oxydation de N. F. Mott ([4]), appliquée à l'aluminium en atmosphère sèche, suppose que les électrons passent facilement depuis la surface métal-oxyde jusqu'à la surface oxyde-air et créent un champ électrique qui permet aux ions Al_3^+ de sortir à leur tour du métal et de diffuser par les positions interstitielles de l'oxyde. Le même schéma est valable pour l'oxydation en présence d'ozone sec; l'oxydation est d'ailleurs indépendante de la pression d'oxygène ou d'ozone. Par contre, le fait que l'oxydation augmente en présence de vapeur d'eau et d'une façon qui dépend de la pression, prouve que les molécules d'eau adsorbées sur la surface hydroxyde-air sont facilement transformées en ions $(OH)^-$ et créent simultanément des nœuds réticulaires métalliques vides qui diffusent ensuite jusqu'au métal. Probablement les deux mécanismes de diffusion doivent continuer à jouer, le dernier ayant une plus grande importance en présence d'ozone qu'en présence d'oxygène. Cette façon de voir l'action de la vapeur d'eau sur l'oxydation des métaux doit avoir une portée générale.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Structure électronique des carbures polyéthyléniques.* Note ([1]) de M. **Bernard Pullman**.

Pauling et Sherman ([2]) ont déterminé les énergies de résonance des hydrocarbures polyéthyléniques à chaîne linéaire $C_{2n}H_{2n+2}$ dans l'approximation consistant : 1° à admettre l'égalité des poids de toutes les formules monoexcitées et 2° à négliger les formules de degré d'excitation supérieur. Penney a calculé ([3]) dans la même approximation les coefficients de différents groupes de formules dans la fonction d'onde totale de la molécule.

Ces données permettent la construction des diagrammes électroniques de ces composés selon la méthode établie par R. Daudel et A. Pullman ([4]). Le diagramme moléculaire du butadiène dans son état fondamental et dans son état excité a déjà été donné par Mme A. Pullman ([5]); l'établissement des diagrammes analogues pour les carbures supérieurs permet de déterminer les modifications générales que subit la structure électronique de ce groupe de corps quand s'accroît le nombre de doubles liaisons conjuguées.

([4]) *J. de Chim. Phys.* (sous presse).

([1]) Séance du 16 juin 1947.

([2]) *Journ. of Chem. Phys.*, 1, 1933, p. 679.

([3]) *Proc. Roy. Soc.*, A, 158, 1937, p. 306.

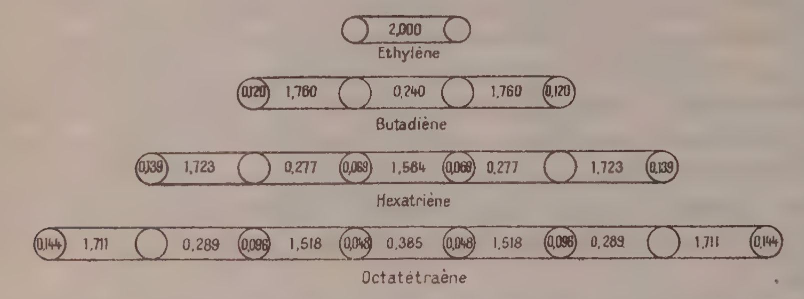
([4]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 663; *Journal de Physique*, 7, 1946, pp. 59, 74, 105.

([5]) *Annales de Chimie*, 2, 1947, p. 37.

Les poids des différentes classes de formules, tirés des équations de Penney, sont résumés dans le tableau suivant :

Composé	Formules inexcitées Nombre.	Formules inexcitées Poids (%).	Formules monoexcitées Nombre.	Formules monoexcitées Poids (%).
Butadiène	1	88	1	12
Hexatriène	1	79,2	3	20,8
Octatétraène	1	71,1	6	28,9

Les diagrammes de distribution des charges sont alors les suivants (les cercles indiquant les zones des carbones, et les cylindres les zones des liaisons).



Dans les limites d'approximation précitées on peut tirer de ces diagrammes les conclusions essentielles suivantes :

1° Bien que les formules inexcitées ne représentent qu'imparfaitement les corps examinés, les liaisons *doubles* de ces formules sont effectivement plus chargées que les liaisons *simples*;

2° Dans les carbures polyéthyléniques à trois doubles liaisons conjuguées et plus, les liaisons *doubles* extérieures sont plus chargées que les liaisons *doubles* intérieures;

3° Les charges des liaisons *doubles* diminuent et celles des liaisons simples augmentent en fonction du nombre de doubles liaisons conjuguées. On assiste à une tendance à l'uniformisation des charges des liaisons avec l'allongement de la chaîne.

4. Les carbones les plus chargés sont les carbones extérieurs et leur charge augmente en même temps que la molécule s'allonge.

Il est peu probable que des calculs de poids plus précis modifient ces conclusions en ce qui concerne les corps étudiés. Toutefois, dans les corps à très grand nombre de doubles liaisons conjuguées, l'importance croissante de formules polyexcitées pourrait apporter quelques modifications à ces règles.

Les résultats obtenus ici rejoignent en quelque sorte ceux de Penney ([3]), Lennard-Jones ([6]) et Coulson ([7]), sans qu'une correspondance stricte puisse être établie entre les grandeurs définies par ces auteurs et celles étudiées ici.

([6]) *Proc. Roy. Soc.*, A, 158, 1937, p. 280.
([7]) *Proc. Roy. Soc.*, A, 169, 1939, p. 413.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés 4-aminés de la quinaldine.* Note ([1]) de M. **André Meyer** et Mlle **Geneviève Bouchet**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous, en collaboration avec Mlle Maurin ([2]) et M. Drutel ([3]) a étudié divers dérivés de la quinaldine. Ces recherches, interrompues par la guerre, avaient pour objet l'examen des relations entre les propriétes et la constitution de ces dérivés et éventuellement de leur action pharmacodynamique. Depuis cette époque, de nombreuses publications ont été faites en Angleterre et surtout aux États-Unis sur les antipaludiques du groupe de la quinoléine.

Mais les dérivés 4-aminés de la quinaldine, dont nous avions entrepris l'étude, offrent toujours un vaste domaine de recherches.

La présente Note a pour but de faire connaître nos premiers résultats depuis la reprise de nos travaux.

Comme dans les Notes précitées (Meyer et Drutel), pour préparer les dérivés 4-aminés, nous avons condensé la chloro-4 quinaldine avec des amines de classes très diverses, primaires ou secondaires. La méthode consistant à partir de l'amino-4 quinaldine, facilement abordable par le procédé de Backeberg et Marais (action de NH sur la chloroquinaldine dans le phénol bouillant), n'est pas praticable ([4]). Nous avons constaté en effet que cette amine ne se diazote pas et ne copule pas avec les diazoïques, et ne se condense pas avec la chloro-4 quinaldine : il faut lui attribuer la constitution d'une imine et non d'une amine.

En comparant nos résultats actuels avec ceux obtenus précédemment par Conrad et Limpach, Fischer et collaborateurs, et Backeberg, Slater, et par Meyer et Drutel, on peut déduire quelques remarques générales sur la réactivité des amines avec la chloro-4 quinaldine et ses homologues.

1° Les amines aromatiques et les amines hétérocycliques à caractère aromatique, c'est-à-dire diazotables, se condensent régulièrement avec les chloro-4 quinaldines en éliminant ClH, pour former des amino-4 quinaldines substituées secondaires;

2° Les amines hétérocycliques saturées possédant un ou deux groupes NH (pipérazine, morpholine, etc.) se condensent normalement;

3° Les amines primaires ou secondaires acycliques, à caractère basique prononcé, provoquent l'élimination de l'halogène sans condensation, le plus souvent avec formation d'hydroxyquinaldine, après hydrolyse.

4° Les amines primaires alicycliques, les composés hétérocycliques non

---

([1]) Séance du 30 juin 1947.

([2]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 931.

([3]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1824; 205, 1937, pp. 148 et 462; 207, 1938, p. 923.

([4]) *J. chem. Soc. London*, 1942, p. 381.

saturés possédant un groupe NH et les amines hétérocycliques susceptibles de prendre la forme tautomère iminée ne réagissent pas : on retrouve la chloroquinaldine inaltérée.

La réactivité dépend ainsi de la basicité de l'amine employée.

La réaction de condensation s'écrit :

C—Cl, CH, C—CH₃, N + R—NH—R' → ClH + C—N<R R', CH, C—CH₃, N

$$\text{(C-Cl)}\ \ldots\ + R{-}NH{-}R' \rightarrow ClH + \ldots\ C{-}N\!<^{R}_{R'}$$

Parmi les composés nouveaux dérivés des amines du groupe 1°, nous indiquerons l'*antipyryl-amino-4 quinaldine* $C_{21}H_{20}ON_4$, obtenue en chauffant 10^g d'aminoantipyrine avec 9^g de chloroquinaldine en milieu acétique-acétate de Na, aiguilles prismatiques jaune clair, F 240°, recristallisant de l'acétone où le corps est peu soluble à froid, très soluble dans l'alcool, insoluble dans l'eau. Avec deux molécules de chloroquinaldine, pour une molécule d'aminoantipyrine, on obtient le même composé.

Nous avons étudié dans le groupe 2°, la pipéridine, la morpholine, la benzomorpholine, la tétrahydroquinoléine et la tétrahydroquinaldine. Les condensations se font en milieu acétique + acétate de Na, soit en milieu pyridique, soit sans solvant. On obtient des huiles très visqueuses : nous ne décrirons ici que les produits de condensation avec la morphine et la tétrahydroquinoléine, qui ont cristallisé après plusieurs mois, les autres n'ayant pas encore fourni de composés solides.

N-*morpholino-4 quinaldine*, $C_{14}H_{15}ON_2$, cristaux blancs, F 95°, très solubles dans les solvants organiques, sauf l'éther de pétrole. On la recristsllise dans un mélange de CCl_4 et d'éther de pétrole.

N-*tétrahydroquinoléyl-4 quinaldine*, $C_{19}H_{18}N_2$, cristaux légèrement jaunâtres, F 162° après recristallisation dans l'alcool. Insoluble dans l'eau, très soluble dans la plupart des solvants organiques.

Les amines grasses, déjà étudiées par Meyer et Drutel sur les méthyl-6 et 8 chloro-4 quinaldines, appartiennent au groupe 3° et produisent simplement la saponification du dérivé halogéné sans condensation.

La *cyclohexylamine* (groupe 4°) ne réagit pas sur la chloroquinaldine. Il n'y a pas condensation avec la *diéthanolamine* ni avec la *pseudothiohydantoïne*, mais saponification du dérivé halogéné.

L'*amino-2 phényl-4 thiazole* ne réagit pas, de même que l'*amino-2 pyridine* : on retrouve la chloroquinaldine. Ces corps ne réagissent pas comme des amines, mais comme des imines.

La *lophine* (triphényl-3-4-5-imidazole) ne réagit pas non plus.

L'*urée* se condense molécule à molécule avec la chloroquinaldine, et produit

la *quinaldyl-4 urée*, $C_{11}H_{11}ON_3$, aiguilles blanches peu solubles dans l'alcool, F 165°.

La *thio-urée* élimine l'halogène sans donner de produit de condensation, ce qui s'accorde avec une constitution différente de l'urée.

Nous ferons connaître ultérieurement les résultats obtenus en condensant la chloroquinaldine avec les aminoanthraquinones et avec les molécules méthyléniques, comme les pyrazolones, l'anhydride homophtalique, les homophtalimides, l'indoxyle, etc.

GÉOLOGIE. — *Les dépôts quaternaires du Bas-Chélif et des basses plaines Oranaises* (Régions d'Inkermann, de Relizane, de Perrégaux et de Saint-Denis du Sig). Note [1] de M. GILBERT GAUCHER, transmise par M. René Maire.

Les vallées des cours d'eau principaux : Oued Chélif et affluents (Riou, Djidiouïa, Mina), Oued Habra, montrent l'existence de quatre niveaux d'alluvions bien distincts.

Le niveau le plus ancien, niveau 1, est formé par un banc de poudingue épais de 1m,50 à 2m et domine le lit actuel des oueds de 80m en moyenne, parfois beaucoup plus; il forme une *terrasse* le plus souvent très nette. Les éléments gros comme le poing et bien roulés en sont réunis par un ciment gréseux. La couleur générale est gris jaunâtre ou verdâtre, et cette formation ne présente pas d'encroûtement calcaire.

Le niveau 2 est constitué par des alluvions fines, terrigènes, de couleur variant de l'orangé clair au rouge foncé : *la rubéfaction en est générale et caractéristique*. Des débris, et parfois des coquilles entières, de mollusques terricoles y sont fréquents.

Ces alluvions présentent vers leur sommet des bancs d'encroûtements calcaires. Elles forment en bordure des basses plaines Oranaises une bande continue de sédiments de faciès variés : dépôts de pente ou de cônes de déjection au pied des reliefs qui bordent ces plaines (typiques au nord de Zemmora et dans la plaine des Adjerafs au nord d'Orléansville); limons fluviatiles ou argiles lacustres plus en aval. La morphologie est en général celle d'une *surface topographique*; les formes de *terrasse* restent confinées dans les vallées des oueds principaux et dans les zones où ceux-ci sortent des massifs montagneux. En certains points des sondages ont révélé que le niveau 2 pouvait atteindre près de 100m de puissance. Ce niveau représente sensiblement les *alluvions anciennes* des cartes géologiques détaillées; il s'étend entre 110 et 140m d'altitude et son sommet domine le lit actuel des oueds de 55 à 60m.

---

(1) Séance du 24 mars 1947.

Le niveau 3 (*alluvions récentes* des cartes géologiques) forme le fond des vallées presque toujours rigoureusement planes; les oueds y ont creusé leurs thalwegs actuels, profonds d'une quinzaine de mètres. La couleur générale est grise et les sédiments sont terrigènes avec fragments de coquilles terricoles comme le niveau précédent. A la base on retrouve des éléments rubéfiés empruntés à celui-ci, puis au-dessus viennent des marnes grises salifères, enfin des apports sablonneux ont précédé la phase de creusement du lit actuel.

Le niveau 4 (*basse terrasse* des cartes) est entièrement sablonneux, il domine de 5 à 7^{m} le fond du lit; les fortes crues des oueds le recouvrent parfois.

Ces niveaux se retrouvent rigoureusement avec les mêmes caractères (granulométrie, coloration, morphologie) et les mêmes positions réciproques d'un bassin fluvial à l'autre ([2]). Seule l'absence de dépôts se rapportant aux niveaux 1 et 2 et attribuables au Chélif ferait accorder à ce fleuve un destin particulier pendant une partie du quaternaire. Mais, dans l'ensemble, la constance des caractères pétrographiques pour un même niveau, leur différence d'un niveau à l'autre, impliquent des *régimes de sédimentation* distincts : le calibrage des éléments correspondit pour chaque niveau à une certaine force vive, donc *à un débit et à un régime des fleuves caractéristiques du climat.*

La morphologie et les relations réciproques de ces deux niveaux indiquent nettement que la formation de chacun d'eux fut précédée et suivie d'une *phase d'érosion.*

Il est admis d'une façon générale que le comblement des grandes plaines littorales et sublittorales d'Algérie date du Flandrien ([3]). Le niveau 3 aurait donc cet âge. Le niveau 2, dont la rubéfaction implique un climat chaud, représenterait les sédiments d'âge Tyrrhénien. Le niveau 1 correspondrait aux dépôts des fleuves larges et puissants dont l'existence s'accorde avec les caractères d'humidité et de froid du climat sicilien. Quant au niveau 4, qui ne paraît pas exister dans l'Algérie Centrale, on devrait attribuer sa formation à des mouvements épirogéniques du socle continental de la partie occidentale du littoral algérien où d'ailleurs les effets de plissements d'âge récent ont été mis en évidence ([4]).

([2]) Les zones les plus favorables à l'étude de ces niveaux sont données par les coordonnées suivantes :

Feuille de Perrégaux : $x = 259,500$ et $y = 251,750$; $x = 260,800$ et $y = 256,500$ (Vallée de l'Habra).

Feuille de Zemmora : $x = 308,500$ et $y = 269,000$ (affluent de la Mina).

Feuille d'Inkermann : $x = 333,500$ et $y = 291$; $x = 334,500$ et $y = 291,750$ (Vallée de la Djidiouïa).

([3]) Notamment M. Dalloni, *Soc. de Géol. et d'Archéol. de la Province d'Oran*, **61**, fasc. **214**, mars-juin 1940, p. 34, et L. Glangeaud et A. Ayme, *Bulletin du Service de la Carte géologique de l'Algérie*, 1935.

([4]) R. Laffitte, *Comptes rendus*, **215**, 1942, pp. 372-374.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Variation diurne lunaire de la déclinaison magnétique au Val-Joyeux.* Note [1] de M. **Paul Rougerie**, présentée par M. Charles Maurain.

Nous avons utilisé les valeurs horaires déduites des courbes magnétiques enregistrées dans cet observatoire entre le 1er janvier et le 31 mars 1937. Les données initiales se répartissent donc régulièrement sur 312 lunaisons, soit 8897 jours lunaires, sept journées excessivement perturbées ayant été écartées de notre statistique. Afin d'éliminer la plus grande partie de la variation diurne solaire, nous avons retranché de chaque ordonnée horaire la valeur moyenne mensuelle de celle-ci. Les écarts horaires ainsi obtenus ont été ensuite reclassés en fonction du temps lunaire en prenant comme début du jour lunaire (0^h) l'écart correspondant à l'heure solaire ronde la plus voisine de l'heure du passage supérieur de la Lune au méridien. Pour ces 8897 journées lunaires, l'amplitude la plus fréquente est de $3'$ en hiver et de $4'$ pendant les autres saisons. Les amplitudes comprises entre $3'$ et $5'$ se retrouvent dans 52 % de la totalité des jours. Les moyennes mensuelles horaires ont été rassemblées en trois groupes saisonniers correspondant aux mois d'été (mai-août), d'hiver (nov.-févr.) et d'équinoxes (mois restants), fournissant au cours d'une lunaison complète l'évolution lunaire moyenne qui a été ainsi résumée dans un certain nombre de tableaux. Les écarts lunaires ayant été pris en fonction du temps solaire, ces derniers se composent donc de 24 rangées de 25 valeurs horaires, chacune de ces 24 séries se rapportant aux jours lunaires débutant successivement par 1^h, 2^h, ..., 24^h solaires.

Pour dégager les quatre ondes principales de la forme $L_n = C_n \sin(n\tau + \varphi_n)$, nous avons utilisé une méthode de calcul relativement simple indiquée par S. Chapman [2]. Elle consiste à compenser le mieux possible, par des groupements et des décalages convenables des écarts horaires, les changements graduels de phases pendant la lunaison, lesquels sont respectivement de -2π, 0, $+2\pi$ et $+4\pi$ pour les ondes diurne, semi, tiers et quart diurne. Sauf pour l'onde semi-diurne dont la phase reste constante, le procédé de calcul revient à effectuer des séries de sommations obliques sur les tableaux résumés. L'analyse harmonique des résultats obtenus donne une valeur approchée de L_n. Il est ensuite facile de trouver les vraies valeurs de c_n et φ_n au moyen de corrections aisément calculables une fois pour toutes.

Nous avons ainsi pu vérifier d'une manière convenable la *loi des phases* signalée ci-dessus. Voici pour les quatre premiers harmoniques la valeur de c_n en

---

(1) Séance du 30 juin 1947.

(2) *The lunar diurnal magnetic variation at Greenwich and other observatories* (*Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **225**, série A, 1926, pp. 49-91).

minutes et de φ_n en degrés ramenée à 0^h de la nouvelle Lune, les écarts de la déclinaison étant comptés positivement vers l'Ouest :

	c_1.	φ_1.	c_2.	φ_2.	c_3.	φ_3.	c_4.	φ_4.
Été........	0',17	116°	0',36	63°	0',09	103°	0',02	34°
Equinoxes......	0,10	161	0,20	67	0,09	161	0,05	80
Hiver........	0,10	223	0,13	9	0,02	19	0,01	135
Année........	0,09	139	0,22	55	0,07	102	0,02	92

Ce tableau met en évidence pour les ondes considérées des variations saisonnières de L beaucoup plus grandes que celles des harmoniques correspondants de la variation diurne solaire S. Les amplitudes c_1, c_2 et c_3 sont plus importantes en été qu'en hiver, tandis que c_4, moins bien déterminé, semble passer par un maximum pendant les mois d'équinoxes. La principale composante de L est L_2, alors que pour S c'est S_1.

La variabilité de la conductibilité électrique globale K des couches ionisées de la haute atmosphère se manifeste numériquement sur l'amplitude de L_2 par un accroissement durant les heures de jour ($c_2 = 0',24$) et une diminution durant les heures de nuit ($c_2 = 0',19$); la phase φ_2 subit aussi une variation notable ($\varphi_2 = 72°$ jour, $\varphi_2 = 35°$ nuit).

Les rapports S_n/L_n ont à Paris et à Londres ([2]) les valeurs suivantes :

n.	1.	2.	3.	4.
Val-Joyeux............	26,8	8,3	11,6	14,0
Greenwich............	29,2	8,3	13,2	14,0

Cette surprenante coïncidence numérique montre une similitude du régime lunaire de la déclinaison magnétique dans les deux stations, laquelle se confirme d'une manière frappante par la comparaison des diverses courbes de variations au cours de la lunaison.

PHYSIOLOGIE CELLULAIRE. — *Note sur la nécrobiose des chloroplastes sous l'action des acides acétique et chlorhydrique dilués.* Note ([1]) de M. **Philippe Hagene**, présentée par M. René Souèges.

On sait que dans la cellule vivante, la fluorescence et l'emplacement de la bande principale d'absorption de la chlorophylle paraissent correspondre à des états différents de ce corps. L'explication la plus récente interprète ce fait par l'ultra-stucture des grana des chloroplastes, dans lesquels la chlorophylle se trouverait en partie sous la forme de couches monomoléculaires, en partie sous la forme d'une solution dans les lipoïdes ([2]). L'observation de la nécrobiose dans la feuille d'*Elodea canadensis* sous l'action des acides chlorhydrique et

([1]) Séance du 23 juin 1947.

([2]) G.-M. Bot, *Chronica botanica*, 7, 1942, p. 66.

acétique dilués peut apporter une nouvelle contribution ([3]) à la connaissance de l'édifice chorophyllien submicroscopique.

Témoins. — La cyclose et la fluorescence subsistent durant quinze jours au moins dans les cellules des feuilles isolées et conservées dans l'eau distillée à la température du laboratoire.

Solutions N/100000 *d'acide chlorhydrique et d'acide acétique.* — Leur action paraît nulle; les feuilles peuvent séjourner sans dommage à 26° ou 3° dans ces solutions pendant 270 minutes.

Solutions N/100 *des mêmes acides* : durée du contact, 30 à 270 minutes. — Toutes les cellules sont mortes comme l'indique un essai de plasmolyse par le nitrate de potassium en solution 1,5 N; les noyaux sont grossièrement granuleux, fortement réfringents, opalescents à l'ultramicroscope, les plastes déformés, rétractés, à contour irrégulier. Chaque acide exerce cependant une action spécifique. Les feuilles sortant de la solution acétique sont d'un vert un peu terne et leurs protoplastes sont en pseudo-plasmolyse, c'est-à-dire plus ou moins rétractés; celles qui ont subi l'action de l'acide chlorhydrique sont d'un vert légèrement doré si l'expérience est effectuée à 3°, presque jaunes si la solution était à 26°; en général les protoplastes ne sont pas rétractés et le cytoplasme paraît peu altéré.

Dans la solution acétique, la fluorescence disparaît partout, comme cela se produit en général sous l'action d'un toxique, par exemple un narcotique indifférent. Au contraire, après séjour dans la solution chlorhydrique, si l'on monte les feuilles dans la solution 1,5 N de nitrate de potassium, les plastes demeurés au contact de la paroi cellulaire, par conséquent contenus dans les cellules mortes, présentent une très belle fluorescence rutilante, tout à fait comparable à celle qui existe dans les cellules vivantes.

Ainsi les deux acides à la concentration N/100 tuent les cellules, mais l'acide chlorhydrique, qui altère la couleur des feuilles, sans doute en transformant en partie la chlorophylle en phéophytine, conserve la forme du cytoplasme et la fluorescence, alors que l'acide acétique fait disparaître celle-ci et détermine une contraction du cytoplasme.

Solutions N. — *a.* Acide acétique : après 30 minutes à une heure de séjour dans la solution, les feuilles, peut-être un peu ternes ou grisâtres, présentent des cellules à pseudo-plasmolyse nulle ou très faible, des noyaux très apparents, grossièrement granuleux, et des plastes non ou très peu altérés. A l'ultramicroscope, le cytoplasme des cellules marginales et de la région médiane est opalescent; ailleurs, il n'est pas visible. Les noyaux des cellules marginales sont faiblement opalescents. Les plastes présentent une très vive fluorescence rutilante. Cependant il n'y a pas de plasmolyse dans la solution

---

([3]) Ph. Hagene, *C. R. Soc. Biol.*, **189**, 1945, p. 159; Ph. Hagene et M. Goas, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 255.

1.5 N de nitrate de potassium. — *b*. Acide chlorhydrique : en 15 à 30 minutes, la feuille devient d'un jaune d'or, plus accentué à 26°. Il n'y a pas de pseudo-plasmolyse, les noyaux sont peu apparents et les plastes peu modifiés, peut-être un peu gonflés. A l'ultramicoscope, tout le contenu cellulaire, plastes compris, est opalescent, c'est-à-dire floculé. Il n'existe que des traces de fluorescence difficiles à distinguer.

A cette dilution, les deux acides tuent donc les cellules tout en conservant, au moins dans une certaine mesure, l'aspect du cytoplasme et des plastes. Mais au contraire de ce qui se passe pour les solutions N/100, ici c'est l'acide acétique qui conserve la fluorescence et l'acide chlorhydrique qui la fait disparaître.

Dans l'hypothèse d'une fluorescence due à une structure submicroscopique des grana des plastes, les acides, suivant leur dilution, agiraient sur cette structure comme des destructeurs ou des fixateurs.

Dans les conditions de l'expérience, une mesure colorimétrique montre que le pH des solutions d'acide chlorhydrique N/100 et d'acide acétique N qui, l'une et l'autre tuent les cellules sans altérer la fluorescence (alors que dans ces expériences la solution de concentration supérieure pour l'acide chlorhydrique, inférieure pour l'acide acétique, détermine à la fois la mort de la cellule et la disparition de la fluorescence) est le même au contact des feuilles d'*Elodea* et voisin de 2,8.

On a montré que la pénétration des acides dans les cellules s'effectue surtout sous la forme de molécules; les ions au contraire n'y pénétreraient que difficilement ([4]). L'état commun de dissociation des deux acides entraîne sans doute une concentration identique dans les cellules et à celle-ci doit correspondre un état de stabilité de l'édifice chlorophyllien dans les choroplastes; mais on ne peut évaluer le pH intracellulaire d'après celui du liquide dans lequel sont plongées les cellules. Suivant les théories de Kautsky ([5]), il faut supposer de plus que les acides à ce degré de concentration et de dissociation intracellulaires maintiennent la fluorescence à son maximum en détruisant ou neutralisant les substances qui abaissent son intensité.

ZOOLOGIE. — *Division et morphogenèse chez les Ophryoglènes.*

Note ([1]) de Mlle **Hélène Mugard**, transmise par M. Maurice Caullery.

Parmi les Infusoires Holotriches hyménostomes, les Ophryoglènes constituent un groupe homogène d'espèces histiophages. Leur ciliature somatique est constituée par de nombreuses cinéties méridiennes très rapprochées. Leur

---

([4]) Lepeschin, *Zell-Nekrobiose*, 1937, p. 120.

([5]) H. Kautsky et U. Franck, *Biochem. Zeitsch.*, **312**, 1943, p. 207.

([1]) Séance du 30 juin 1947.

ciliature buccale répond au type *tétrahyménien*, décrit par Furgason pour le groupe *Glaucoma-Colpidium;* les *Ophryoglenidæ* se rattachent à ce groupe par une forme intermédiaire : *Deltopylum rhabdoides* (Fauré-Frémiet et H. Mugard 1946). Située dans le tiers antérieur de la face ventrale, la fossette buccale a la forme d'une *conque* comparable à celle d'une oreille droite humaine. Elle est formée par une invagination ectoplasmique profonde, ou vestibule, continué par un pharynx et par un tube œsophagien post-buccal. A gauche de la conque, s'appuyant sur une crête prolongeant le *tragus* de l'oreille, qui porte l'organe en verre de montre, trois membranes vibratiles s'incurvent en contournant la crête hélicoïde et pénètrent jusqu'au début de l'œsophage. La quatrième membrane borde la partie la partie la plus interne du vestibule.

Après l'accroissement rapide qui suit un repas, les Ophryoglènes s'enkystent à l'état de tomontes et subissent deux ou trois divisions successives. Les tomites restent serrés les uns contre les autres sous la membrane kystique, ce qui rend leur observation difficile. Chez une espèce nouvelle, *O. pectans*, les tomites continuent à former une substance mucoïde, qui les sépare les uns des autres, et cette heureuse exception a permis de suivre tous les stades de la reconstitution du péristome.

Au début de l'enkystement, l'appareil buccal subit une involution qui le réduit bientôt à une cicatrice superficielle. A gauche de la cicatrice buccale, deux ou trois cinéties se rompent, en isolant quelques cinétosomes.

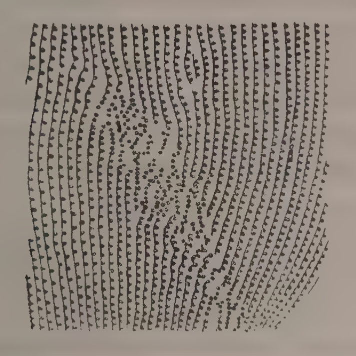


Fig. 1.

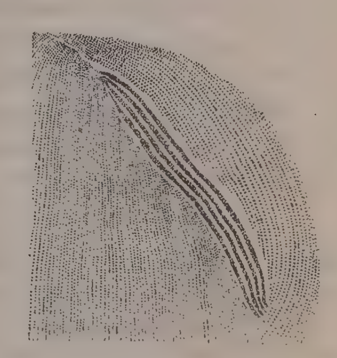


Fig. 2.

Ce processus de dislocation s'étend obliquement vers la gauche, en direction postérieure, atteignant jusqu'à vingt-trois cinéties; il est réalisé simultanément et d'une manière indépendante dans la moitié postérieure du corps, avec un décalage vers la gauche, correspondant à dix-neuf cinéties environ. Les cinéties méridiennes sont donc coupées, au début de la division, par deux champs obliques et étroits de cinétosomes désordonnés constituant deux ébauches buccales (*fig.* 1).

Au stade suivant, les deux tomites s'individualisent à mesure que le sillon

de bipartition s'approfondit; la dislocation des cinéties méridiennes se poursuit au niveau de l'ébauche buccale, vers la gauche, pour le proter et vers la droite pour l'opisthe. Dès lors, les deux champs de cinétosomes anarchiques se trouvent disposés parallèlement et sur une même série de méridiens.

La deuxième division est légèrement différente; chaque tomite s'allonge et son ébauche buccale se rompt; les deux parties, antérieure et postérieure, s'écartent progressivement, tout en restant unies par une bande longitudinale de cinétosomes désordonnés, puis s'étendent, comme à la première division, l'une vers la droite, l'autre vers la gauche. Les tomites se séparent et l'organogenèse buccale se réalise à partir des champs obliques.

Les cinétosomes multipliés s'ordonnent d'abord en courtes lignes transversales, puis se regroupent en quatre longues files doubles, longitudinales, correspondant aux quatres membranes vibratiles (*fig.* 2). Enfin, les séries doubles se raccourcissent, entraînant les cinéties somatiques, rompues au niveau du champ; celles-ci s'incurvent en dessinant le contour de la fossette buccale et les plus courtes, situées postérieurement, se multiplient, probablement par *élinéation*, pour compléter le revêtement vestibulaire.

Le stade final est obtenu par modelage progressif du *tragus* et de la crête hélicoïde qui parcourt le pharynx, dans lequel s'enfoncent et s'enroulent les quatre membranes vibratiles. Le corps de Lieberkühn se reconstitue *de novo*, sous forme d'une écaille superficielle réfringente.

Si, chez les *Glaucoma*, l'ébauche péristomienne est formée aux dépens d'une cinétique somatique, dite stomagène, et, chez le *Deltopylum rhabdoïdes*, aux dépens des deux cinéties stomatogènes, on a constaté que, chez les Ophryoglènes, de nombreuses cinéties somatiques interviennent dans la reconstitution du péristome, suivant un processus comparable à celui décrit par Villeneuve-Brachon (1940) chez les Hétérotriches des genres *Fabrea* et *Stentor*.

ZOOLOGIE. — Discophrya piriformis *n. sp. et son mode de bourgeonnement.* Note [1] de Mlle **Yvette Guilcher**, transmise par M. Maurice Caullery.

Le genre *Discophrya* a été créé par Lachmann en 1859, pour distinguer un groupe d'Acinétiens primitivement classés dans les genres *Acineta*, *Podophrya* et *Tokophrya*. Bütschli, en 1889, le réduit à un sous-genre, mais Collin (1911-1912) insiste sur la validité du groupe générique proposé [2].

Les caractéristiques des *Discophrya* paraissent être : une grande taille (70 à 100$^{\mu}$), un bourgeonnement interne avec cavité embryonnaire verticale et

(1) Séance du 30 juin 1947.

(2) Stein (1860), sans connaître le travail de Lachmann (1859), a créé un genre *Discophrya* pour des Infusoires astomes voisins des *Haptophrya*; Collin (1912) propose pour ceux-ci, afin d'éviter les confusions, la dénomination de *Sieboldellina*.

formation de gros embryons, généralement décrits comme ayant une ciliature holotriche ventrale (Stein, 1854). Le mode de formation de ces embryons est imparfaitement connu et la disposition exacte de leur appareil ciliaire n'a jamais été décrite.

Un certain nombre de ces formes vivent en ectoparasites sur des Coléoptères d'eau douce, des Écrevisses, ou encore sont fixées sur des racines ou des coquilles. *Discophyra piriformis* n. sp. a été trouvé en abondance dans des macérations de plantes aquatiques (bassins du Muséum, eau de la Seine, Port-Marly). Elle se développe rapidement, même en milieu putride. Elle est très facile à entretenir au laboratoire, en chambre humide, en nourrissant les adultes, avec des *Colpidium*. Elle est caractérisée par une résistance remarquable à toutes les fluctuations du milieu extérieur : température, pH, liquides organiques divers.

Les migrateurs sont de grande taille et peuvent, après isolement et lavages convenables, être l'origine de cultures stériles, nourries avec des *Glaucoma piriformis* (souche stérile isolée par A. Lwoff à l'institut Pasteur).

Les individus fixés mesurent jusqu'à 70^{μ} ; ils sont régulièrement piriformes, couverts de tentacules capités, régulièrement répartis et possèdent une cuticule résistante et épaisse. L'imprégnation argentique montre, à leur surface, de gros cinétosomes erratiques, particulièrement serrés au niveau de la scopula. Il existe plusieurs vacuoles pulsatiles.

Le macronucleus, ovoïde et massif chez le jeune, se lobule à mesure qu'il s'accroît chez l'adulte ; il est de structure granuleuse. Les micronuclei, au nombre de 5 à 10, sont souvent difficiles à distinguer des résidus nucléaires provenant des ingesta.

Le style est toujours grêle et long d'environ 70^{μ}.

Les cultures abondantes ont permis d'étudier la morphogenèse de l'embryon, dont le processus de libération est complexe et curieux. La cavité embryonnaire interne, formée vraisemblablement par une invagination ectoplasmique primitive, se revêt, après une multiplication intense et une orientation linéaire des cinétosomes, de cils, qui battent de plus en plus activement. Au lieu de former, comme chez le *Tokophrya*, par exemple, un bourgeon interne bien individualisé, l'embryon fait corps avec la mère, à l'intérieur de laquelle il est, en quelque sorte, modelé *en creux*. Ultérieurement, la cavité incubatrice s'ouvre à l'extérieur, tandis que des courants protoplasmiques repoussent vers le dehors la paroi interne, ce qui rappelle la formation d'un gros pseudopode chez une Amibe du type *Pelomyxa*.

Ce mouvement continue, de sorte que le fond de l'embryon, montrant par transparence la fossette fixatrice et les lignes ciliaires, remonte petit à petit, s'évagine comme un doigt de gant que l'on aurait d'abord retourné et devient apical. L'embryon, à mesure qu'il se dégage, s'individualise ainsi *en plein*, puis il se pédiculise, tandis que le corps maternel se réduit, se fripe et rétracte ses tentacules. Enfin, le migrateur se détache complètement et nage, suivant un trajet hélicoïde, en tournant sur lui-même, pendant quelques heures,

avant de se fixer. La taille du résidu maternel varie avec celle de l'individu bourgeonnant; elle reste ordinairement suffisante pour permettre la reconstitution d'un individu normal; mais elle peut être si réduite que la totalité du noyau passe dans l'embryon et que les restes protoplasmiques ne forment bientôt plus qu'un cadavre.

Ce mode de bourgeonnement a été microcinématographié par M. J. Dragesco. Les observations poursuivies sur d'autres espèces montrent qu'il est caractéristique du genre *Discophrya*, et que l'on doit interpréter dans ce sens les figures de Stein, pour *D. astaci*, comme les schémas de E. Pénard, pour *D. scyphostyla*.

La ciliature de l'individu migrateur a pu être étudiée, grâce aux imprégnations argentiques par la technique de Chatton et Lwoff (Guilcher 1946). L'embryon, de grande taille, allongé et aplati, est de la forme dite *bilatérale par compression* et du type dénommé holotriche. La face ventrale porte, à son extrémité antérieure, définie par le sens de la nage, la fossette de fixation, petite cupule, nettement marquée par des cinétosomes serrés, constituant la scopula.

La ciliature comporte deux champs, constitués par des séries bilinéaires de cinétosomes. Les séries de champ droit s'élèvent obliquement à partir du milieu de la face ventrale, contournent la fossette de fixation, à la manière d'une écharpe rejetée sur le côté dorsal antérieur, et retombent à gauche. L'ensemble de cette disposition est nettement dissymétrique. Le champ gauche est formé par des séries ciliaires, plus ou moins régulièrement ordonnées, disposées entre les branches du premier champ.

Chez d'autres espèces de *Discophrya*, cette même disposition générale se retrouve, compliquée cependant par la présence de cinétosomes groupés en un ou plusieurs amas, et dont la signification nous échappe actuellement.

Rappelons que la disposition si particulière de la ciliature, observée chez les embryons de *D. piriformis* comme chez ceux d'autres *Discophrya*, peut être comparée avec celle des Ciliés thigmotriches du groupe des Chlamydodontidés (Guilcher 1947).

PHYSIOLOGIE. — *Propriétés curarisantes des éthers phénoliques à fonctions ammonium quaternaires*. Note ([1]) de M. **Daniel Bovet**, M[lle] **France Depierre** et M[me] **Yvonne de Lestrange**, présentée par M. Jacques Trefouël.

Au cours de recherches sur les produits de synthèse présentant des propriétés curarisantes, nous avons été conduits à examiner l'action sur le muscle strié des éthers-oxydes que forment la choline et les aminoalcools homologues avec les phénols et les polyphénols.

Dans la série de la choline, l'éther du monophénol (I) et le diéther de la

([1]) Séance du 30 juin 1947.

résorcine (II) curarisent l'un et l'autre le Lapin en injection intraveineuse à la dose de 4^{mg} par kg. Les éthers de l'iodure de triéthyl-β-hydroxyéthyl-ammonium (triéthylcholine), sont particulièrement intéressants; dans cette série, l'éther du phénol (III) est peu actif, mais les diéthers de la pyrocatéchine (IV), de la résorcine (V) et de l'hydroquinone (VI), et surtout le triéther du pyrogallol (VII), provoquent à faible dose déjà une curarisation très intense.

	Chien chloralosé		Lapin	
Voie intraveineuse (mg/kg).	Dose curarisante (mg).	Effet tensionnel (mg).	Dose toxique (mg).	Durée de la curaris. (*).
I. $C_6H_5OCH_2CH_2N(CH_3)_3I$	2–5	Hypertension nicotinique (0,1)	4	20 min
II. 1.3-$C_6H_4[OCH_2CH_2N(CH_3)_3I]_2$	2–5	Hypertension nicotinique (5)	4	–
III. $C_6H_5OCH_2CH_2N(C_2H_5)_3I$	50	Hypotension (2)	20	–
IV. 1.2-$C_6H_4[OCH_2CH_2N(C_2H_5)_3I]_2$	2	» (10)	1,5	1 h
V. 1.3-$C_6H_4[OCH_2CH_2N(C_2H_5)_3I]_2$	2–5	» (10)	1	1
VI. 1.4-$C_6H_4[OCH_2CH_2N(C_2H_5)_3I]_2$	5–10	» (5)	3,5	1
VII. 1.2.3-$C_6H_3[OCH_2CH_2N(C_2H_5)_3I]_3$	1–2	» (50)	0,7	3

(*) Pour 10 doses mortelles injectées à un animal soumis à la respiration artificielle.

L'action curarisante des amines quaternaires, de la choline et des esters-sels de la choline, en particulier de l'acétylcholine, est connue de longue date. Étudiant les éthers-oxydes de la choline appartenant à la série aliphatique, Simonart (2) a notamment décrit les effets sur la conduction neuro-musculaire de la butyl-β-éthylcholine. Dans ces différents dérivés, les propriétés curarisantes apparaissent étroitement intriquées avec les autres manifestations cholinergiques, muscariniques et nicotiniques, de la molécule. Nous avons constaté que dans les éthers de polyphénols étudiés, les effets cardiovasculaires se trouvaient considérablement atténués. Alors que l'éther du phénol, l'iodure de phénoxyéthyl-triméthylammonium (I) provoque, comme l'avaient déjà observé Hunt et Renshaw (3), une hypertension comparable à celle de la nicotine elle-même, le diéther de la résorcine, qui n'avait pas été étudié jusqu'ici, n'exerce qu'une faible action nicotinique. De même l'effet hypotenseur et cardiomodérateur de l'iodure de phénoxyéthyl-triméthylammonium (III) (2) est considérablement atténué par l'introduction dans la molécule d'une ou de deux nouvelles fonctions ammonium quaternaires.

Nous nous sommes plus particulièrement arrêtés à l'étude du triiodure de tri-(β-triéthylammoniuméthoxy)-1, 2, 3-benzène (VII, 2559 F). C'est un produit très actif sur la Grenouille, qu'il immobilise à la dose de 10 mg/kg;

(2) *Journ. of Pharmacol. and exp. Therap.*, 6, 1914, p. 147.
(3) *Ibid.*, 35, 1939, p. 99 et 48, 1933, p. 105.

chez la Souris, les doses toxiques sont respectivement de $5^{mg},5$, 15^{mg} et 425^{mg} par voies intra-veineuse, sous-cutanée et buccale. Sur le Lapin, la dose toxique est de $0^{mg},7$ par voie intra-veineuse et de 2 à $3^{mg},5$ par kilogramme en injection sous-cutanée, et montre donc pour le 2559 F, une activité environ cinq fois moins intense que celle de la tubocurarine. En injectant le produit 2559 F à un lapin soumis à une respiration artificielle, on peut apprécier la durée de la curarisation et le caractère électif de l'effet que le produit exerce sur les muscles volontaires; la paralysie totale dure 2 heures 30 environ après 7^{mg}, 6 heures après 35^{mg}; il faut injecter 350^{mg}, c'est-à-dire environ 500 fois la dose toxique, pour tuer dans un délai de quelques heures un lapin dont la ventilation pulmonaire est entretenue par une pompe.

Différents essais ont été réalisés sur le Chien chloralosé dont l'hématose était assurée par un courant continu d'oxygène amené au moyen d'une sonde au contact direct des bronches. On a pu observer que la réponse du muscle gastrocnémien, mis à nu à l'excitation électrique du bout périphérique du nerf sciatique, diminuait d'amplitude, puis disparaissait en même temps que s'établissait la paralysie des muscles respiratoires. Le nerf vague cesse de provoquer un effet cardio-inhibiteur, en raison de la paralysie des synapses des ganglions végétatifs, mais l'acétylcholine conserve en grande partie son activité. L'injection d'ésérine (1 à 2 mg/kg, sur le Chien atropinisé) ou de prostigmine, provoque un rapide retour de l'excitabilité musculaire. Le fait le plus remarquable réside dans ceci, que l'injection brutale dans la circulation d'une dose de 2559 F [tri-iodure de tri-(β-triéthylammoniuméthoxy) benzène] suffisante pour réaliser une curarisation de plusieurs heures, ne se traduit par aucune variation même minime du tracé tensionnel. A cet égard, le produit de synthèse se trouve être très supérieur aux curares naturels et à la tubocurarine qui, injectés chez le Chien chloralosé à dose curarisante, provoquent le plus souvent une forte chute de pression.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Réversibilité des lésions observées sur des petits animaux exposés à des ondes d'ultra-haute fréquence* (*longueur d'onde* 21^{cm}). Note (1) de M. **Luc de Seguin**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Un certain nombre de faits montrent que lorsque les irradiations sont faites sans provoquer de brûlures et sans être absorbées électivement par le système nerveux central et à de faibles doses, c'est-à-dire à des doses n'entraînant pas chez la Souris une élévation thermique supérieure à 41°; les lésions qu'elles peuvent produire sont réversibles.

Les poumons d'une souris décapitée deux jours après une assez forte irradiation (38° à 41°,2 en quarante secondes) étaient constitués d'un paren-

(1) Séance du 23 juin 1947.

chyme bien reconnaissable, dans lesquels certaines alvéoles étaient normales alors qu'autour d'autres la cloison interalvéolaire était encore dilatée avec un réseau capillaire très visible et que les hématies plus ou moins conservées étaient englobées dans un liquide séreux à l'intérieur de ces alvéoles. L'endothélium alvéolaire paraissait turgescent. Les autres organes étaient parfaitement normaux, la vasodilatation transitoire avait cédé et l'on assistait au processus de réparation qui, à un stade ultérieur (plusieurs semaines après les irradiations) ne se traduit plus par des images histologiques.

Dans la série où deux souris furent irradiées pour chaque dose et l'une d'elles décapitée, nous observâmes, à partir des doses ayant produit une élévation thermique de 1°, les lésions caractéristiques habituelles : vasodilatation des capillaires pulmonaires avec des infarctus. Les souris soumises aux mêmes irradiations, gardées vivantes, paraissaient en parfaite santé plusieurs mois après, elles avaient grossi. Décapitées et autopsiées, elles ne présentaient pas de lésions microscopiques. Il en fut de même pour les rats irradiés à des doses non léthales.

Des souris furent soumises pendant plusieurs heures à des irradiations de dix secondes avec arrêts d'une minute entre les irradiations. Elles étaient encore vivantes plusieurs jours après ces irradiations et décapitées, elles avaient le même aspect que les souris précédentes.

On peut donc considérer que, pour les Souris et les Rats, et pour la longueur d'onde étudiée, les irradiations produisent seulement une élévation thermique, quand cette élévation thermique n'entraîne pas la mort et qu'il n'y a pas eu absorption élective par le tissu nerveux; les lésions produites sont dues seulement à une exagération du processus physiologique de la lutte contre la chaleur. Ces lésions, petites hémorragies prédominantes au niveau du poumon, sont facilement résorbées. Certains des animaux ainsi exposés semblent cependant retrouver moins facilement leur équilibre thermique lorsqu'ils sont soumis à des variations de la température externe. Ce fait correspond à une atteinte partielle de la thermo-régulation.

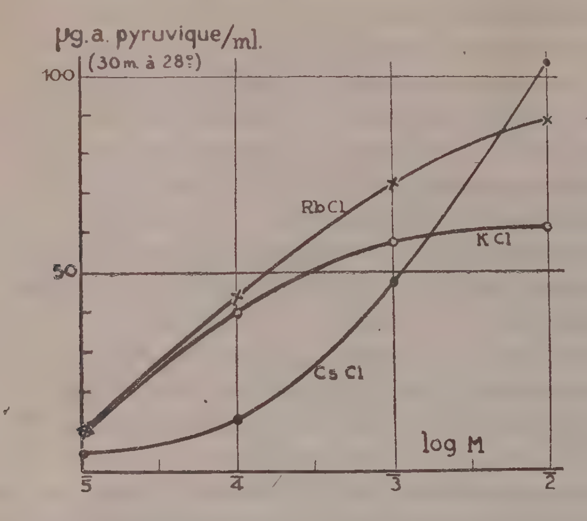
CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le rubidium et le cæsium remplaçants du potassium pour la production bactérienne d'acide pyruvique aux dépens de l'acide malique.* Note [1] de M. **André Lwoff** et Mlle **Hélène Ionesco**, présentée par M. Maurice Javillier.

Nous avons montré [2] que des *Moraxella Lwoffi* (mutant S) cultivées dans un milieu où la concentration du phosphore était le facteur limitant, lavées, dialysées, ne produisaient pas d'acide pyruvique aux dépens de l'acide

---

[1] Séance du 23 juin 1947.
[2] *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1664.

malique. Il y a, par contre, production abondante de l'acide cétonique si l'on ajoute du ClK (points de fusion non corrigés de la 2.4-dinitrophénylhydrazone du produit obtenu : 215°, de l'acide pyruvique : 217°,5, du mélange à parties égales : 216°,5). Nous avons donné la courbe de production du pyruvate en fonction de la concentration en ions K et noté que celui-ci ne pouvait être remplacé par aucun des ions suivants : Sr, Na, Mg, Mn, Ni, Cu, Co, Zn.



On sait depuis Naegeli et Benecke que le Rb et le Cs peuvent remplacer K pour le développement d'*Aspergillus*. Boissevain ([3]) et Rahn ([4]) ont également réussi avec de nombreux microorganismes à supplémenter par du rubidium des milieux déficients en potassium, le cæsium toutefois étant inactif. On sait aussi que Rb et Cs peuvent remplacer K dans beaucoup de réactions relevant de la physiologie musculaire et nerveuse. La question se posait donc tout naturellement du rôle possible du Rb et du Cs pour la réaction malate → pyruvate.

Les suspensions de bactéries sont préparées suivant la technique décrite antérieurement ([2]), mises en suspension dans du malate de sodium M/134 et additionnées des substances à étudier. Après 30 minutes d'agitation au bain-marie à 28°, on dose l'acide pyruvique par la méthode de Straub. Nous avons utilisé du ClK et du ClCs Merck et du ClRb Rhône-Poulenc. Grâce à l'obligeance de M. Gabriel Bertrand nous avons pu comparer ce sel commercial avec un échantillon de ClRb purifié, renfermant moins de 1 pour 10000 de potassium (dosage spectrographique de Didier Bertrand); les deux échantillons ont donné des résultats identiques. Le fait que les solutions équimoléculaires de ClRb et ClK possèdent la même activité aux concentrations faibles permet d'éliminer l'hypothèse que l'activité du ClRb est due au potassium présent

---

([3]) *J. Infect. Dis.*, 43, 1928, p. 194.
([4]) *J. Bact.*, 32, 1936, pp. 393-399.

sous forme d'impuretés. Les différences présentées par les courbes Rb, Cs et K suggéraient déjà une diversité de l'élément actif.

On voit que pour des concentrations de l'ordre de 10^{-5} et 10^{-4} M la production de pyruvate est moins importante pour Cs que pour K et Rb. Ceux-ci possèdent des activités très voisines. Mais ce qui est très net et que nous avons retrouvé dans toutes nos expériences, c'est que pour des concentrations comprises entre 1.10^{-3} et 7.10^{-3} M la courbe de production de pyruvate en fonction du Cs coupe les courbes correspondantes de K et de Rb. L'intersection Cs/K correspond toujours à des concentrations moléculaires inférieures à l'intersection Cs/Rb. Le maximum de pyruvate est toujours produit avec Cs, le minimum avec K, l'ordre Cs > Rb > K pour les concentrations élevées étant inverse de l'ordre K, Rb > Cs qui correspond à l'activité aux concentrations faibles. Il est possible que la courbe Rb croise la courbe K aux environs de 10^{-5} M; mais la production de pyruvate étant très faible à ce niveau, les erreurs relatives de dosage sont importantes et la réalité du croisement n'a pu être établie.

Il convient de se souvenir que ce sont des bactéries, c'est-à-dire des systèmes très complexes, qui sont utilisées. Le degré d'hydratation des particules colloïdales variant avec la concentration ionique, l'affinité d'adsorption variant avec le degré d'hydratation, la charge électrique étant modifiée par les ions, et enfin ceux-ci pouvant intervenir dans la perméabilité, on conçoit que le changement de concentration puisse produire une inversion de l'activité.

Nous avons montré ([5]) que les acides malique et oxalo-acétique pouvaient subir sous l'influence des *Moraxella* une décarboxylation qui est liée à une oxydation. Nous avons émis l'hypothèse que cette décarboxylation oxydative était liée à une phosphorylation. Quoi qu'il en soit, les bactéries ne produisent pas d'acide pyruvique à partir de l'acide malique en l'absence de potassium; elles en produisent en présence de cet élément qui peut être remplacé par le rubidium ou le cæsium.

BACTÉRIOLOGIE. — *Essais de production d'antilipase par la lipase des bacilles acido-alcoolo-résistants.* Note de MM. **Auguste Sartory** et **Jacques Meyer**.

A la suite de la découverte par Hanriot ([1]) d'une lipase sérique, on a pu constater que les sérums normal et pathologique ne contiennent pas d'antilipase pour la lipase sérique. Cette question de la production d'antilipase spécifique contre une lipase prenait un intérêt particulier par la découverte de Metschnikoff et Metalnikoff ([2]) sur l'action lytique

---

([5]) A. Lwoff et A. Audureau, *Ann. Inst. Pasteur*, 73, 1947 (à l'impression); A. Lwoff, *Cold Spring Harbor Symposium*, **11**, 1946 (à l'impression); A. Lwoff, A. Audureau et R. Cailleau, *Comptes rendus*, **224**, 1947, pp. 303-305; A. Lwoff et R. Cailleau, *Comptes rendus*, **224**, 1947, pp. 678-679.

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, **48**, 1896, p. 925; *Ibid.*, **49**, 1897, p. 124.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **75**, 1914, p. 95; *Annales Inst. Pasteur*, **34**, 1920, p. 810, et **35**, 1921, p. 363.

in vitro du suc lipasique de certaines chenilles cérophages vis-à-vis du bacille de Koch, et un grand nombre d'auteurs (³) ont pu démontrer qu'il ne peut pas exister d'antilipase contre la lipase normale dans le sérum ou le sang de l'homme et des animaux. Cependant, certains travaux de Balo et Bach (⁴), de Nitzescu et Benetalo (⁵) semblent parler en faveur de la production d'antilipase contre une zoolipase hétérogène injectée directement et à doses progressives par voie intraveineuse.

D'autre part, il semble que tous les chercheurs (Wohlgemuth) (⁶) soient unanimes sur la possibilité de susciter *in vivo* des antilipases contre les phytolipases (Ricin, Noix).

Ayant pu isoler une lipase à partir de cultures de bacilles acido-alcoolo-résistants (Bacille de Koch et Mycobacterium phleï, Moeller) sur milieux stabilisés glycérinés de 16 à 23 %, nous avons cru intéressant d'essayer de caractériser cette lipase par ses propriétés génératrices d'antilipase chez l'animal (A. Sartory et J. Meyer) (⁷).

Technique employée. — Nous avons injecté dans la veine marginale de lapins mâles de 900 à 1350^{g} des solutions de lipase phléique tous les 5 jours à raison de 5, 4, 3, 2 et 1$^{cm^3}$, en répétant chaque dose pendant 3 injections successives, de sorte que le traitement demandait deux mois et demi, et les prélèvements pour le titrage antilipasique débutaient vers le 80e jour.

La lipase sérique normale a été dosée à 3 jours différents par ponction veineuse avant le début du traitement.

Nous avons préparé notre lipase d'acido-résistants au moyen de nos cultures sur milieu jus de pomme de terre glycériné à 20 % par centrifugation, chromatographie sur l'hydroxyde d'alumine en milieu acétique et élution par solution tamponnée : phosphatée-sodique et ammoniacale.

Pour le dosage des lipases, nous avons utilisé la technique stalagmométrique en présence de tributyrine comme substrat.

Le titre lipasique à l'état frais était de 94 %.

Le titre lipasique après 24 heures de séjour à la glacière était de 88 %.

Pour le dosage du pouvoir antilipasique de nos sérums de lapin, nous avons mélangé les différents réactifs dans l'ordre suivant :

1° 25$^{cm^3}$ de solution aqueuse saturée de tributyrine ;

2° 0$^{cm^3}$,25 de sérum de lapin antilipasique ou 0$^{cm^3}$,25 de sérum de lapin normal ;

3° 0$^{cm^3}$,25 de solution tamponnée de lipase tuberculeuse ou 0$^{cm^3}$,25 de solution tamponnée de lipase pancréatique.

Nous avons utilisé ces doses déterminées par des essais préliminaires et après avoir constaté que le sérum de lapin contenait normalement des quantités de lipases sériques beaucoup plus actives que le sérum humain.

Nous exprimons les résultats dans le tableau de la page suivante.

Interprétation. — De ces expériences nous nous croyons en droit de tirer les conclusions suivantes :

Il est possible d'obtenir une antilipase spécifique contre la lipase des acido-résistants en traitant le Lapin sain suivant la technique indiquée. Cette anti-

(³) Calmette, *L'infection bacillaire et la Tuberculose*, Masson, 1936, p. 526.

(⁴) *Zeitschr. f. exp. Méd.*, **75**, 1931, p. 583.

(⁵) *C. R. Soc. Biol.*, **111**, 1932, p. 341.

(⁶) *Handb. allgem. Hämatologie*, Urban-Schwarzenberg, Berlin-Wien, **2**, 1934, p. 1053.

(⁷) *Technique d'isolement et de caractérisation d'une lipase des bacilles acido-alcoolo-résistants* (*Bull. Acad. Méd.*, 15 avril 1947).

Essais de dosage de l'antilipase d'acido-résistants dans le sérum de Lapin sain et préparé.

(Nous donnons ci-dessous le pouvoir antilipasique du sérum de 4 lapins traités.)

Nos.	Lipase pancréatique (cm³).	Lipase tuberculeuse (cm³).	Sérum lapin normal avant traitement (cm³).	Sérum lapin sensibilisé (cm³).	Sérum humain normal (cm³).	Pourcentage de tributyrine dégradée par les sérums de lapin N° 1 80 jours (%).	2 80 jours (%).	3 95 jours (%).	4 137 jours (%).
1...	0,25	–	–	–	–	35	35	38	36
2...	–	0,25	–	–	–	25	25	22	26
3...	–	–	0,05	–	–	45	43	33	40
4...	–	–	–	0,25	–	45	45	35	40
5...	–	–	–	–	0,50	51 (humain)	–	–	–
6...	0,25	–	–	0,25	–	76	72	68	72
7...	–	0,25	0,25	–	–	65	68	54	58
8...	–	0,25	–	0,25	–	32	28	25	34
9...	–	–	sérum lapin neuf 0,25	0,25	–	100	100 (après 20 min.)	–	–
10...	–	–	–	0,25	0,50	88	82	–	–
11...	–	0,25	–	0,25 (chauffé 57°)	–	35	32	–	–
12...	–	0,25	–	0,25 (chauffé 80°)	–	62	65	–	–

lipase est très active après 80 jours de traitement; donc de 5 à 10 jours après la fin de celui-ci.

La fonction antilipasique du sérum de Lapin diminue progressivement, mais est encore décelable 2 mois après l'interruption du traitement (expér. 8).

Dans le sérum antilipasique des lapins sensibilisés il existe, à côté de l'antilipase tuberculeuse, une lipase sérique de Lapin normal (expér. 2, 4 et 8). La lipase sérique normale dans le sérum du Lapin sensibilisé agit en présence de la lipase pancréatique et leur action est cumulative. L'antilipase d'acido-résistants n'a donc aucune action inhibitrice sur la lipase pancréatique normale (expér. 1 et 6).

La lipase d'acido-résistants agit cumulativement avec la lipase sérique normale du Lapin (expér. 7).

L'antilipase d'acido-résistants n'a aucune action sur la lipase sérique normale du Lapin neuf et de l'Homme sain (expér. 9 et 10).

Le traitement continuel pendant 2 mois et demi par piqûres hebdomadaires au moyen de solution tamponnée de lipase d'acido-résistants est restée sans effet sensible sur le taux de lipase normale du sérum de nos lapins (expér. 3 et 4).

L'antilipase résiste dans le sérum du Lapin sensibilisé à un chauffage à 57° pendant 30 minutes (expér. 11) et elle est détruite par un chauffage à 80° pendant le même temps (expér. 12).

ÉPIDÉMIOLOGIE. — *Modifications dans le comportement de souches de* Spirochæta recurrentis *passées par les Rongeurs*. Note [1] de MM. **Marcel Baltazard**, **Chamsedinne Mofidi**, **Mahmoud Bahmanyar** et **Buïque Seydian**, présentée par M. Jacques-Tréfouël.

Dans une Note précédente, nous avons mis en évidence la grande sensibilité des rongeurs nouveau-nés au spirochète d'Obermeier et montré la possibilité d'entretien de souches sur rongeurs nouveau-nés.

Au début de ces recherches, nous avons maintenu les souches par passages rapides, pratiqués la plupart du temps du quatrième au sixième jour de l'infection, dans la crainte de perdre les virus que nous voulions conserver. Dans ces conditions, les souches gardaient au cours des passages les mêmes caractères qu'elles montraient lors de leur isolement; c'est-à-dire : infection intense chez les rongeurs nouveau-nés avec mortalité faible, infection classique de trois jours au plus de durée chez la Souris blanche adulte, plus faible et courte chez le Rat blanc adulte, plus faible encore ou nulle chez le Cobaye et le Lapin adultes.

Par la suite, pour raison d'économie de lapins nouveau-nés, nous avons été amenés à pratiquer des passages beaucoup plus rares, en profitant notamment des rechutes fréquentes que nous avons signalées. Or, les souches qui ont été ainsi conservées ont présenté rapidement des modifications importantes dans leur comportement. Nous donnons ici le détail des expériences pour une de ces souches.

Un lot de 12 poux récoltés sur un malade récurrent est broyé (2 formes métacycliques par champ environ) et inoculé sous la peau d'un lapin nouveau-né, qui s'infecte après vingt-quatre heures d'incubation. Ce lapin est sacrifié agonisant au sixième jour, son sang est inoculé à deux lapins nouveau-nés, qui font, après seize heures d'incubation, un accès d'intensité forte (200 par champ), de quatre et cinq jours de durée. Un passage pratiqué pendant cet accès à partir d'un des deux lapins sur lapins nouveau-nés et sur rats, montre que la souche est du type recurrentis classique.

Quarante-huit heures après la fin de l'accès, les deux lapins font ensemble une rechute d'intensité forte (200 par champ) et qui se terminera pour les deux par la mort. Au cours de cette rechute, trois passages sont pratiqués à partir de l'un ou de l'autre lapin, aux premier, deuxième et quatrième jours de la rechute. Or, tous les animaux inoculés dans ces trois passages, puis tous leurs descendants présenteront une infection, d'un type très différent des précédents : lapin nouveau-né, mortalité de 100 %, rate énorme, foie décoloré, ictère;

[1] Séance du 23 juin 1947.

souris et rats blancs adultes, infection intense de quinze jours de durée; cobaye adulte, pas d'infection visible.

D'autre part, l'un de nous, qui a été blessé accidentellement à la main par la pointe de ciseaux souillés de sang virulent lors du deuxième de ces trois passages, fait, après cinq jours d'incubation, une infection récurrente dont le premier accès dure seulement vingt-quatre heures (39°) sans spirochètes visibles; un deuxième accès suit à onze jours d'intervalle, sans spirochètes visibles, mais au cours duquel le virus peut être isolé du sang, et, identifié sur animaux, se montre également fortement pathogène pour le rat blanc et mortel pour le lapin nouveau-né.

Enfin, un lot d'ornithodores infecté sur un rat au deuxième passage après ce changement de virulence, transmet l'infection par piqûre.

Deux autres souches authentiques de *Spirochæta recurrentis* isolées du sang de l'homme, nous ont montré le même phénomène : transformation rapide et définitive par passage par les rongeurs; augmentation de la virulence pour les rongeurs, diminution de la pathogénicité pour l'homme, transmissibilité par l'ornithodore, tous caractères qui rendent ces souches exactement identiques à celle existant dans la nature chez les rongeurs et les ornithodores et dont nous étudions certaines souches iraniennes sous le nom de *Spirochæta microti*, Rafyi, 1946. Dans l'état actuel de nos expériences, l'apparition de ce phénomène semble liée au passage des spirochètes de rechute.

C'est très probablement le même phénomène qui s'est produit pour la souche conservée au Georg Speyer Haus de Francfort sous le nom de *S. recurrentis*, souche d'origine russe, isolée de l'homme, devenue très pathogène pour la souris blanche, pratiquement apathogène pour l'homme et transmissible par l'ornithodore.

L'un de nous a montré la différence d'aspect à l'éclairage au fond noir du *S. recurrentis* humain (réfrigence uniforme) et du S. microti (double contour). Nous avons pu observer précisément qu'au cours de la transformation que nous venons d'étudier le spirochète humain changeait d'aspect et que les formes monoréfringentes cédaient la place aux formes à double contour.

Doit-on considérer cette modification de souches comme une mutation? Certainement pas, malgré le caractère définitif de la transformation obtenue. Il nous paraît beaucoup plus logique de penser qu'il s'agit là d'un retour au type originel : le *Spirochæta recurrentis* ne serait qu'une variante épisodique à caractères instables (acquis par passage par l'homme et le pou) d'une espèce à caractères stables existant dans la nature chez les ornithodores et les rongeurs.

La séance est levée à 16^{h}.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 5 mai 1947.)

Note de MM. *Edmond Sergent* et *Étienne Sergent*, Expérience d'assèchement et de mise en culture d'un marais algérien, sans risque de contamination palustre :

Page 1256, 11e ligne du texte, *intercaler* le mot démonstrative après vertu.

Page 1258, 16e ligne, *au lieu de* colmateur, *lire* colateur.